I―17　曲線ラーメン橋の応力解析について。

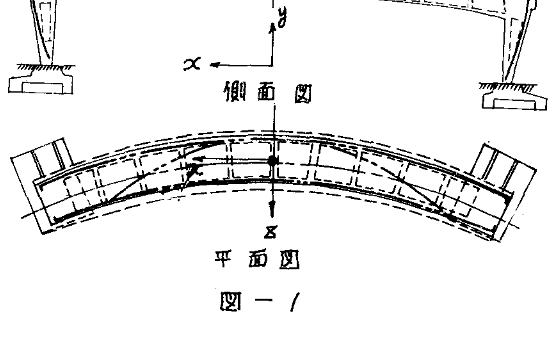
日本大学理工学部　土木教室　正員　遠藤篤康

まえがき　最近曲線橋はその理論解析の発展と共に、その構造形式も単純桁より連続桁等の不静定構造が実用的に採用され施工されてきている。

ここに述べる曲線梁を有するラーメン橋も高次の不静定構造物の一種で，梁は平面的に円弧の曲線をなし、さらにこの梁の軸線が桁軸の方向にも曲線をなし、梁が空間的に曲線の形状を呈している。柱の軸線については、垂直方向よりある傾斜をなし、柱の下端部はここでは一応固定脚の構造を選んだ。ヒンジ構造の曲線ラーメン橋にもこの理論は適用できるが、実施設計にあたっては柱の下端部のヒンジの箇所に立体的なねじり応力およびその他の応力が生ずるので，柱の端部のヒンジ部分の構造が非常にむづかしくなり充分検討しなければ実用化のいきに到達しないと思う。構造形式については計算の最も簡単な対称構造を選んだが，非対称な構造の場合であっても不静定力の選び方によってはこの理論が充分適用できるものである。

この理論の解析については，既にJohannes Johannsonの論文があるが，この論文では，任意の荷重を対称荷重と逆対称荷重とに分け，6次の不静定構造を3次づつ独立させて理論を誘導し、最後に両者を合計することによって各応力が求まる方法であって，実用的な設計にあたっては相当の手数と計算の煩雑化をきたし，計算の間違も生じ易いので，著者はこれを改造し理論式の簡略化を計ったものである。

理論　構造型式は図－1に示すようなP.C桁のラーメン橋を取扱った。この構造物の垂直面をx～y面，水平面をx～z面と定め，任意荷重が梁に載荷した場合の部材の変形を考えれば，この変形は，x～y面方向，x～z面方向および回転角の3要素に分けられる。このそれぞれの変位量をδ_V，δ_Hおよびαと名付ければ，δ_Vおよびδ_Hの要素にはそれぞれ断面力として曲げモーメント，せん断力および軸力が働らいており，さらにαによってねじりモーメントが働いている。これらの断面の総計は7個となるが，δ_Vおよびδ_Hのそれぞれの軸力は同一のものとして取扱えるので実際には6個の断面力が働いている事になる。したがってこの6個の断面力を弾性方程式より求むれば，この構造は6次の不静定構造となる。

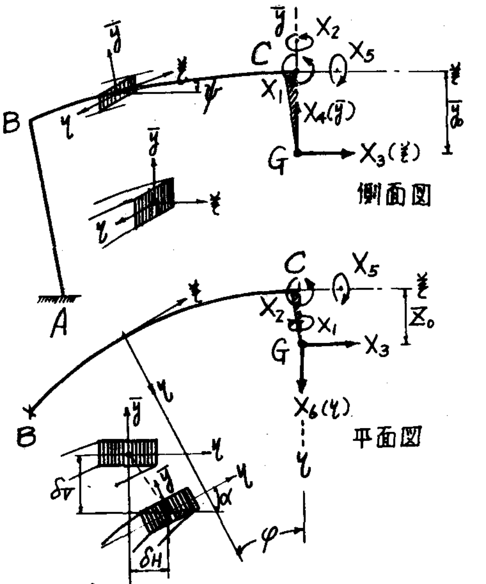


図－1

静定基本系の選定には，対称構造物であるので対称軸線上から切断し，2個の片持梁に選び，不静定未知力を図－2に示すように対称軸上に作用させ釣合を保たせた。なお、この静定基本系片持梁の軸線の任意点に軸線に直角方向の断面を考えて，この断面の横の方

向にξ軸，垂直の方向にζ軸，高さの方向にη軸を定めれば，これらの軸はx，y，z，軸に対し任意の傾斜をなし，片持梁の軸線の方向から定められるものである。

いま，このξ，ζおよびη軸上に働く曲げモーメント，ねじりモーメント，せん断力および軸力をそれぞれ，M_ξ，M_ζ，M_η，Q_ξ，Q_η，およびN_ζとすれば，ラーメン橋の梁と柱との間にはM_ηの値が，梁では曲げモーメントであるが，柱ではねじりモーメントとして働らき，一方M_ξの値は梁にあってはねじりモーメントであるが，柱では曲げモーメントとして働く，さらにN_ζの値については，梁では軸力であるが，柱ではセン断力として働く，またQ_ηの値は，梁ではせん断力，柱では軸力となる。



変形図　図－2

これらの関係から任意点iの変位量δ_{ik}を仕事式より求めればつぎのようになる。ただし梁のせん断による影響は小さいので無視し，PC桁では軸力による影響をとくに考慮した。

$$\delta_{ik}=\sum^{R+S}M_{i\xi}\cdot M_{k\xi}\cdot\frac{\Delta S}{E\cdot J_\xi}+\sum^{R}M_{i\zeta}\cdot M_{k\zeta}\cdot\frac{\Delta S}{G J_{\zeta D}}+\sum^{S}M_{i\zeta}\cdot M_{k\zeta}\frac{\Delta S}{E J_\zeta}+\sum^{R}M_{i\eta}M_{k\eta}\frac{\Delta S}{E J_\eta}+\sum^{S}M_{i\eta}M_{k\eta}\frac{\Delta S}{G J_{\eta D}}+\sum^{R}N_{i\zeta}\cdot N_{k\zeta}\frac{\Delta S}{EA}+\sum^{S}Q_{i\eta}Q_{k\eta}\frac{\Delta S}{EA} \quad \text{------} (1)$$

(1)式において，Rは梁，Sは柱についてΣし，$E\cdot J_\xi$はξ軸に対する曲げ剛性，$G\cdot J_{\zeta D}$はζ軸に対するねじり剛性，Aは断面積をあらわしている。これらの関係から図－2に示すように不静定未知力$X_1 X_2 \cdots X_6$をつぎのように選んだ。

$$M_\xi=X_1,\ M_\eta=X_2,\ N_\zeta=X_3,\ Q_\eta=X_4,\ M_\zeta=X_5,\ Q_\xi=X_6 \quad \cdots\cdots (2)$$

(2)式でX_3，X_4，X_6は対称軸上の空間位置Gに作用させ，X_3の方向は対称軸上のζ軸，X_6の方向はξ軸，X_4の方向はη軸に平行である。このG点は弾性軸をあらわし，(1)式の$\delta_{ik}\fallingdotseq 0$となるような位置を有している。いま，このG点を$\eta_0$および$Z_0$の位置であらわせば，弾性方程式は簡単となり不静定力$X_1 X_2 \cdots X_6$はつぎのようになる。

$$X_1=\frac{\delta_{01}}{\delta_{11}},\ X_2=\frac{\delta_{02}}{\delta_{22}},\cdots\cdots X_6=\frac{\delta_{06}}{\delta_{66}} \cdots\cdots (3) \qquad S=S_0+\sum_{i=1}^{6}X_i\cdot S_i \cdots\cdots (4)^{*)}$$

(3)式でδ_{01}，δ_{02}，……δ_{06}は静定基本系の位置量をあらわしており(1)式より求まる。なお，η_0およびZ_0の値については近似的には断面の変化を考慮した弾性重心の位置をあらわしている。3式より不静定未知力が求まれば，任意点の断面力はつぎのように求められる*)。(4)式のS_0は静定基本系の断面力をあらわしている。

なお(4)式の計算結果は講演の際にゆずり度いと思う。