I—16　曲り梁の計算常數について

正員　東大　島田静雄

1. 換算単独梁の弾性常數

曲線橋の設計計算に際して，特に連続橋のような場合に，何本かの主桁からなる曲線橋を見掛け上単独の梁として計算する方法を概説する。仮に2本の曲り梁を合成すると単独の梁と看做すには弾性常数を下記のように求めれば良い。

合成梁の曲率半径　$\overline{R} = \left(\frac{EJ_a}{R_a} + \frac{EJ_b}{R_b}\right) \Big/ \left(\frac{EJ_a}{R_a^2} + \frac{EJ_b}{R_b^2}\right)$

合成梁の曲げ剛性　$\overline{EJ} = \overline{R}^2\left[\frac{EJ_a}{R_a^2} + \frac{EJ_b}{R_b^2}\right] = \overline{R}\left[\frac{EJ_a}{R_a} + \frac{EJ_b}{R_b}\right]$

合成梁の捩り剛性　$\overline{GJ_T} = \overline{R}^3\left[\frac{GJ_{Ta}}{R_a^3} + \frac{GJ_{Tb}}{R_b^3}\right]$

換算曲げ捩れ剛性　$\overline{EC_b} = \overline{R}^3\left[\frac{EJ_a}{R_a^3}(R_a-\overline{R})^2 + \frac{EJ_b}{R_b^3}(R_b-\overline{R})^2\right] + \overline{R}^5\left[\frac{EJ_a}{R_a^5} + \frac{EJ_b}{R_b^5}\right]$

上の4つの式で最后の換算曲げ捩れ剛性に注意する。個々の梁に曲げ捩れ剛性がなくても，合成することにより合成断面の曲げ捩れ剛性が生まれる。又，上記の合成する曲げ剛性，捩り剛性の各成分比によって，単独梁として計算した曲げモーメント並びに捩れモーメントが2本の桁 a，b に分割される。

2　曲げモーメント，撓み，捩れ角の計算常數

両端単純支持の曲り梁の曲げモーメント，撓み，捩れ角を単位荷重の作用の時に数値計算するのはフーリエ級数を用いて求められるが，単位荷重の場合には級数の収レンが悪いので階差式で求める。この場合の基本式は昨年の土木学会の年次学術講演会で一部発表した。数値計算は電子計算機に任せた。この結果は近い中にまとめる予定である。

3　連続曲線梁の三連モーメント式

直橋の場合と同じく，曲り梁の連続梁の静定基本系を，支点の上で梁の連続を絶ち，その点に作用する曲げモーメント，及び曲げ捩れ剛性によって生ずる軸方向力を不静定力に選ぶ。
直橋の場合と同じく，支点に生ずる撓み角を，外力の荷重によって生ずる静定系の撓み角を打消すように，支点の曲げモーメントを定める三連モーメント式ができる。紙数が制限を受けるので，例えば $EC_b = 0$ の梁について説明すれば次のような形になる。

$$\theta_k = \left(c_{12}\frac{l}{EJ} + d_{12}\frac{l}{GJ_T}\right)_{l_k 径間} \times M_{k-1} + \left[\left(c_{11}\frac{l}{EJ}+d_{11}\frac{l}{GJ_T}\right)_{l_k 径間} + \left(c_{11}\frac{l}{EJ}+d_{11}\frac{l}{GJ_T}\right)_{l_{k+1} 径間}\right]\times M_k$$

$$+ \left(c_{12}\frac{l}{EJ}+d_{12}\frac{l}{GJ_T}\right)_{l_{k+1} 径間}\times M_{k+1}$$

ここに c_{11}, d_{11}, c_{12}, d_{12} の数値は，着目する径間の弧角によって決まる常数であり，若し直橋の場合には当然直橋の場合の値になる。因みに直橋の場合，弧角 0° の数値は $c_{11}=1/3$，$c_{12}=1/6$，$d_{11}=d_{12}=0$ である。実際計算の便を考えて，これらの常数を 0° から 5° 間隔に 90° 迄の弧角について計算してもらった。

4　支点曲げモーメントの影響線を求める関数

支点の曲げモーメントの影響線が求められれば，応力の影響線は単純支間のそれと加え合はせれば良い。支点の曲げモーメントの影響線は，エネルギー法により，外力の荷重の事を考えないでも求められる。すなわち，求めようとする支点だけ梁の連続を絶って，そこに曲げモーメントを作用させ，求める点の弧角を単位の廻転角 $\theta_k=1$ にすれば，この時の桁のタワミ $y(x)$ の符号を逆にしたものが，そのまゝ $P=1$ の荷重に対する曲げモーメントの影響線である。同じ理由により，その時の桁の捩れ角は，外的なトルクによって生ずる支点曲げモーメントの影響線となる。

以上の理由で，まず三連モーメントより，求める点の弧角のみを $\theta_k=-1$ になるように M_k の値を求め，この曲げモーメントを静定桁に作用したときの桁の変形を求めれば良い。したがって，単純支間の静定曲線梁で，支点曲げモーメントを受けるときの桁の変形を次の形で求めておく。例えば $EC=0$ の場合

$$w = \left(\frac{l^2}{GJ_T}\right)\left(f_1(x)-f_2(x)\right) + \frac{l^2}{EJ}f_1(x)$$

$$\varphi = \left(\frac{l}{GJ_T}+\frac{l}{EJ}\right)\Phi\, f_1(x) \qquad \Phi：スパンの弧角$$

$f_1(x)$，$f_2(x)$ は，弧角が 0° の場合に同じ関数であり，弧角が大きくなると変って来る。この $f_1(x)$，$f_2(x)$ は c_{11}, c_{12}, d_{11}, d_{12} の場合と同じく 0° より 5° 間隔に 90° 迄の値を計算してもらった。任意の角度の場合には実際上は内挿法で充分である。

なほ以上の数値は，計算例と共に近日中に発表の予定である。