

九州大学工学部 正員 山崎 徳也
日本国有鉄道 正員 〇 樺 木 武

(I) 緒言 フジョにハリと柱とが直交する場合について、ハリの上下縁および腹部の各取付アンクルに於ける接合部の弾性変形すなわち不完全剛結特性($\frac{1}{2} = \frac{M_0}{\phi}$)の理論解を發表した。更に拡張に傾斜角を持つアンクル接合部を考察する。曲線材や折線材が柱に取り付けられる状態に適用できるもので前記直交取付けは本解の特例に含みうる。これはまたと実験に依存し、以下で示す限られた方法の特定結合部に限定された不完全剛結特性は一挙に一般化され、著者がフジョに發表した不完全剛結性を考慮したラメン解法⁽¹⁾に比較して活用可能である。

(II) アンクル接合部の弾性変形 フジョの發表⁽²⁾と同じ接合部の変形機構より考察に次のように分ける。

- (1). ハリと柱との間にクリアランスがない場合。ただし、クリアランスがなくとも結合アンクルがハリ下端以下にある場合は除外。
- (2). ハリと柱との間にクリアランスがある場合。ただし、前項の除外例を含む。

(1)では接合部がハリ下端を中心として回転を行い、(2)では結合アンクルのうち最下端にあるアンクル上に回転中心があると考へられ、この回転中心を最下端アンクル上におけるハリ取付けのリベット線に仮定した。したがって、かかるアンクルを便宜上弾性支承アンクルと称し、他の一般アンクルと区別する。傾斜角を有する接合部には一般に端モーメント(M_0)、軸力(N_0)およびせん断力(Q)が働くが、せん断力の影響は小さく、著者の計算によれば普通の接合部では5%程度である。これを無視し、 M_0, N_0 が働く場合を考へる。結合アンクルに働く諸力は変形状態から考へる方向のZ力(Y, Z)とX軸に平行な軸のまわりのモーメント(M)であり、またこれらと相等しい並方向の諸力をハリ(剛体と見做す)が受けることになる。(図-1参照)。したがって、これらハリに作用する諸力と結合外力 M_0, N_0 を全考慮に釣合式を導く。他方アンクルの幾何学的変形とエネルギー法より算出される変位とを等置に条件式を導く。よってこれら諸式を連立に解けばアンクル接合部の弾性変形すなわち不完全剛結特性を理論的に求めることになる。以下一般的に上縁アンクル n 個、腹部アンクル l 個からなる接合部を想定し、前者にはスワス α_i 、後者にはスワス β_j をわけ表す。

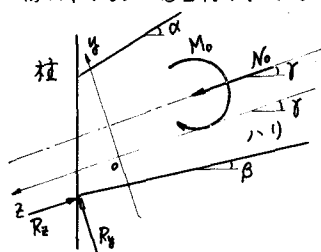


図-1

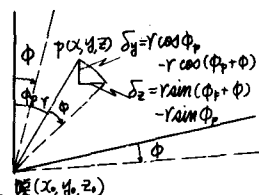


図-2

(1)の場合、ハリは各アンクルからの諸力および M_0, N_0 の他にその回転中心に於ける反力 R_1, R_2 を受ける(図-1参照)

したがってハリに関する釣合条件は次の如くなる。

$$\sum_{i=1}^n Z_i + \sum_{j=1}^l Z_j + N_0 - R_2 = 0, \quad \sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{j=1}^l Y_j + R_1 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Z_i y_i - \sum_{i=1}^n Y_i z_i + \sum_{j=1}^l Z_j y_j - \sum_{j=1}^l Y_j z_j + \sum_{i=1}^n M_i - R_1 z_0 - R_2 y_0 + N_0 y_0 = M_0$$

アンクルの変位に関する幾何学的条件は図-2より明らかで、次の式となる。

$$\delta z_i = (z_i - z_0)(1 - \cos \phi) + (y_i - y_0) \sin \phi, \quad \delta y_i = (y_i - y_0)(1 - \cos \phi) + (z_i - z_0) \sin \phi \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

$$\delta z_j = (z_j - z_0)(1 - \cos \phi) + (y_j - y_0) \sin \phi, \quad \delta y_j = (y_j - y_0)(1 - \cos \phi) + (z_j - z_0) \sin \phi \quad (j=1, 2, \dots, l)$$

更にアンクルのハリ取付けリベット線に注目すれば図-3の如く回転を、幾何学的条件より、次の式を導く。

$$\phi_i = \phi \quad (i=1, 2, 3, \dots, n), \quad \phi_j = \phi \quad (j=1, 2, 3, \dots, l) \quad (3)$$

他方これら δ, ϕ はエネルギー法により次の如く算出される。

(i) 上縁アンクル。片持ハリとして曲げモーメントのみを考慮すればエネルギー W_i は

$$W_i = \int_0^{\alpha_i} \frac{1}{2E} [M_i + Y_i \cos \gamma_i + Z_i \sin \gamma_i]^2 dx + \int_0^{\beta_i} \frac{1}{2E} [M_i + Y_i \cos \gamma_i - X_i \cos (\theta_i + \gamma_i) + Z_i \sin \gamma_i - X_i \sin (\theta_i + \gamma_i)]^2 dx$$

$$E > i, \quad \beta_i = E \frac{R_1^2}{I^2}, \quad \gamma_i = \alpha_i - \gamma$$

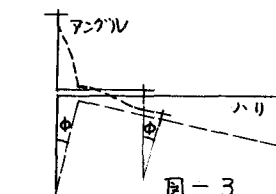


図-3

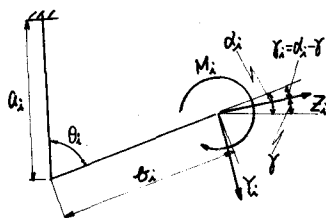


図-4

以下 Castigliano の定理より.

$$\frac{\partial W_i}{\partial Z_i} = \delta_{zi} = \frac{1}{E_i} (A_{ai} M_i + F_i Y_i + C_{ai} Z_i)$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial Y_i} = \delta_{yi} = \frac{1}{E_i} (A_{ai} M_i + F_i Y_i + C_{ai} Z_i)$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial M_i} = \varphi_i = \frac{1}{E_i} \{ M_i (a_i + \theta_i) + A_{ai} Y_i + A_{ai} Z_i \}$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial Z_i} = \delta_{zi} = \frac{1}{E_i} (A_{ai} M_i + F_i Y_i + C_{ai} Z_i)$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial Y_i} = \delta_{yi} = \frac{1}{E_i} (A_{ai} M_i + F_i Y_i + C_{ai} Z_i)$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial M_i} = \varphi_i = \frac{1}{E_i} \{ M_i (a_i + \theta_i) + A_{ai} Y_i + A_{ai} Z_i \}$$

$$A_{ai} = a_i \theta_i \sin \theta_i + \frac{\theta_i^2}{2} \sin \theta_i - \frac{a_i^2}{2} \sin (\theta_i + \theta_i)$$

$$A_{ci} = a_i \theta_i \cos \theta_i + \frac{\theta_i^2}{2} \cos \theta_i - \frac{a_i^2}{2} \cos (\theta_i + \theta_i)$$

$$F_i = \theta_i^2 (a_i + \frac{\theta_i}{3}) \sin \theta_i \cos \theta_i - \frac{1}{2} a_i^2 \{ \sin \theta_i \cos (\theta_i + \theta_i) + \cos \theta_i \sin (\theta_i + \theta_i) \} + \frac{\theta_i^3}{3} \sin (\theta_i + \theta_i) \cos (\theta_i + \theta_i)$$

(ii) 腹部アングル. BB'C'面はy-z面に平行, AAT'C'面は θ_j なる角度を持つていた.(図5参照)

このアングルのエネルギー W_j は, フレーム AA'C'C の撓りによるものと, 隅部部の剛節条件から発生する曲げモーメントによるものととなる。(軸力・せん断力および各フレームのその面内での曲げは無視する.)

$$W_j = \frac{a_j^2}{2EK} \{ M_j^2 + (Z_j \sin \theta_j + Y_j \cos \theta_j) \theta_j^2 \sin^2 \theta_j + \frac{C_j^2}{12} (\frac{t_j}{12K} \frac{R_j^3}{12} M_j^2 + \frac{C_j}{2B_j} \cos^2 \theta_j (Z_j \cos \theta_j + Y_j \sin \theta_j)^2) \}$$

$$\frac{\partial W_j}{\partial Z_j} = \delta_{zj} = A_{aj} M_j + F_j Y_j + C_{aj} Z_j$$

$$\frac{\partial W_j}{\partial Y_j} = \delta_{yj} = A_{aj} M_j + F_j Y_j + C_{aj} Z_j$$

$$\frac{\partial W_j}{\partial M_j} = \varphi_j = \frac{1}{E_j} \{ M_j (a_j + \theta_j) + A_{aj} Y_j + A_{aj} Z_j \}$$

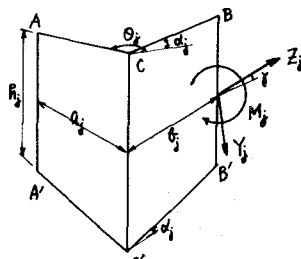


図 — 5

$$C_j = \frac{a_j^2 \theta_j}{12} \{ a_j^2 (a_j \cos \theta_j + \frac{4}{3} \frac{\theta_j}{\cos \theta_j}) \cos \theta_j \cos^2 \theta_j + \frac{\theta_j^2}{3} (a_j \cos \theta_j + \frac{\theta_j}{\cos^2 \theta_j}) \cos^2 \theta_j \sin^2 \theta_j \}$$

$$A_{aj} = \frac{a_j \theta_j}{6K} \sin \theta_j \sin^2 \theta_j, A_{cj} = \frac{a_j \theta_j}{6K} \cos \theta_j \sin^2 \theta_j, C_{aj} = \frac{a_j \theta_j^2}{6K} \sin^2 \theta_j \sin^2 \theta_j + \frac{C_j}{B_j} \frac{\cos^2 \theta_j}{\cos^2 \theta_j}$$

$$F_j = \frac{a_j \theta_j^2}{6K} \sin \theta_j \cos \theta_j \sin^2 \theta_j + \frac{C_j}{B_j} \frac{\sin \theta_j \cos \theta_j}{\cos^2 \theta_j}$$

$$\frac{\partial W_j}{\partial Z_j} = \delta_{zj} = A_{aj} M_j + F_j Y_j + C_{aj} Z_j$$

$$\frac{\partial W_j}{\partial Y_j} = \delta_{yj} = A_{aj} M_j + F_j Y_j + C_{aj} Z_j$$

$$\frac{\partial W_j}{\partial M_j} = \varphi_j = \frac{1}{E_j} \{ M_j (a_j + \theta_j) + A_{aj} Y_j + A_{aj} Z_j \}$$

以上④, ⑤を②, ③に入力し, これらと①式を連立に解けばよい.

(2) a) 場合. ハリは直接柱から反力を受け取中, ハリに関する釣合条件式は①式に於いて $R_y = R_z = 0$ とすればよい. 肘アングルの変位に関する条件式は弾性支承アングルのy, z方向の変位 δ_{yz}, δ_{zy} とすれば次式となる.

$$\delta_{zi} = (z_i - z_0)(1 - \cos \theta) + (y_i - y_0) \sin \theta + \delta_{yz}, \quad \delta_{yi} = (y_i - y_0)(1 - \cos \theta) + (z_i - z_0) \sin \theta + \delta_{zy}$$

アングルのリベット継ぎの回転変位 φ に関しては③式と同じである. したがって各アングルの弾性変形 δ とそれらに働く力およびモーメントとの関係は一般のアングルについては前述のとおり④, ⑤式が用いられ, 弾性支承アングルの変形は次の如くなる.

(i) 下端アングルのある場合. 本アングルのエネルギーは(i) a) と同様になるが, 一方 R_y, R_z の作用は柱に拘束され変位はない. すなわち $\frac{\partial W_i}{\partial R_y} = 0, \frac{\partial W_i}{\partial R_z} = 0$ の式より R_y, R_z は M_i, Y_i および Z_i を表わすような結局変位と作用諸力との関係は次のようになる.

$$B_i \delta_{yz} = A_{ai} M_i + F_i Y_i + C_{ai} Z_i, B_i \delta_{zy} = A_{ci} M_i + C_{ci} Y_i + F_i Z_i, B_i \varphi_i = M_i \{ \frac{1}{2} (a_i + \theta_i) + A_{ai} Y_i + A_{ai} Z_i \} \quad (7)$$

$$A_{ai} = \frac{a_i}{4} (a_i + 2\theta_i) \sin \theta_i, A_{ci} = \frac{a_i}{4} (a_i + 2\theta_i) \cos \theta_i, C_{ai} = \frac{\theta_i^2}{12} (3a_i + 4\theta_i) \sin^2 \theta_i$$

$$C_{ci} = \frac{\theta_i^2}{12} (3a_i + 4\theta_i) \cos^2 \theta_i, F_i = \frac{\theta_i^2}{12} (3a_i + 4\theta_i) \sin \theta_i \cos \theta_i$$

(ii) 下端から腹部アングルのある場合. 結果の式にせよ次の通りである.

$$\delta_{zj} = (\frac{R_j}{2} \cos \theta_j + \theta_j \sin \theta_j) \varphi_j, \quad \delta_{yj} = (\frac{R_j}{2} \sin \theta_j + \theta_j \cos \theta_j) \varphi_j$$

$$\frac{R_j}{2} M_j + Z_j (\cos \theta_j + \frac{2\theta_j}{R_j} \sin \theta_j) + Y_j (\sin \theta_j + \frac{2\theta_j}{R_j} \cos \theta_j) = (\frac{Z}{R_j} \frac{R_j}{\theta_j} + \frac{Y}{2\theta_j}) \varphi_j$$

以上各アングルの δ, φ と作用諸力との関係が求められた. よってこれらと幾何学的条件よりアングルの変位式を等置し, ハリの釣合条件を併用して, ①の場合と同様に理論解が可能となる. 本研究には文部省科学研究費の補助を受けた, 記に謝意を表す.

文献 ① 山崎; 上下端および腹部アングル接合の弾性変形(不完全剛節特性), 昭和36年, 土木学会京都支部研究発表会テキスト.

② 山崎; 剛域をもち不完全に剛節された円弧および抛物線部環の接合式, 昭和37年, 土木学会16回年次学術講演会要旨.