

V-23 階差法により平板を解く場合の精度について (続報)

岐阜大学工学部

正員

四野宮 哲郎

1. まえがき

平板を階差法で解くと 特殊の場合 (例えば周辺自由円形平板が等分布荷重を受けたとき) を除き、必ず誤差を生ずる。関数を Taylor 展開することにより、誤差を理論式で表わすことが出来るが、それを見ても誤差の一般的傾向を知ることは困難である。前報⁽¹⁾においては、載荷点のモーメントと M 、たわみ W を求めたときの誤差の傾向を示したが、本報では、載荷点以外の点の M の誤差も求めてみた。 W を求めるのは、荷重から M を求める操作を繰返すことに相当するから、誤差も重複すると思えばよい。

2. 円形平板 (周辺自由支承) が中心に集中荷重 P を受けた場合
前報⁽¹⁾同様の放射網目を使うと、対称性を利用して、相当細かい網目に対して簡単に解を得られるので、網目と誤差の関係を知らるに便利である。半径を 5, 10, 20 等分した場合、(円周方向にはそれぞれ 15, 30, 60 等分) について、各点の M の値を比較すると次表のようになる。(以下ポアソン比 = 0 とする。)

r/a	5等分	誤差率 %	10等分	誤差率 %	20等分	誤差率 %	解析解	備考
0	0.66547		0.76185		0.87027		∞	
0.1			0.44202	-0.90	0.44511	-0.21	0.44605	単位: P
0.2	0.27766	0.58	0.32541	-0.10	0.32578	0.01	0.32573	半径: a
0.3			0.27145	0.09	0.27124	0.05	0.27120	中心から距離: r
0.4	0.22839	1.32	0.22576	0.16	0.22558	0.08	0.22541	
0.5			0.19022	0.17	0.19004	0.07	0.18990	
0.6	0.16283	1.21	0.16115	0.17	0.16099	0.07	0.16089	
0.7			0.13655	0.15	0.13643	0.07	0.13624	
0.8	0.11600	0.79	0.11522	0.11	0.11515	0.05	0.11509	
0.9			0.09641	0.06	0.09637	0.02	0.09635	

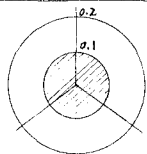
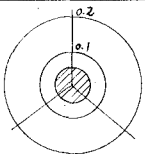
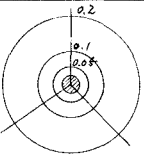
($r/a = 1.0$ 即 周辺に於ては $M = \frac{P}{4\pi}$ とする。
解析解は公式⁽²⁾ $M = \frac{P}{4\pi} \{ 2 \log \frac{a}{r} + 1 \}$ による。)

表-1 円形平板 中心載荷の場合の M

実際問題では、有効数字 5 は多過ぎ、又誤差率 1% 以下は論じてても無意味である。ここでは、網目と精度の関係をみるために、必要以上に細かくとってある。

3. 円形平板 (周辺自由支承) が中心に部分等分布荷重を受けた場合

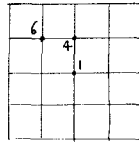
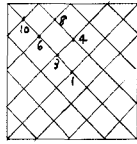
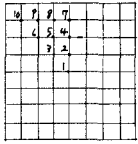
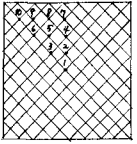
階差法では、網目中心迄分布した荷重を集中荷重に置換えて考えるから、誤差率の研究には、それぞれの網目で網目中心迄の部分等分布荷重を考慮した場合も考える必要がある。誤差率は、前節の場合とこの場合との間に分布し得ると考えるべきである。詳細は講演当日にゆずり、2 点についてのみ示すと、

網目 載荷状態				備考		
	内周方向の細分は 図に示したものより ずっと細かい。			● 載荷部分を示す		
	5等分	10等分	20等分	誤差率とはここに示した解析解に対する		
r/a	解析解	誤差率 %	解析解	誤差率 %	解析解	誤差率 %
0	0.52523	26.7	0.62584	19.8	0.74623	16.6
0.6	0.16048	1.46	0.16078	0.23	0.16085	0.09

(周辺の値は 表-1 に同じ)
 (解析解の公式は⁽²⁾ $M = \frac{P}{8\pi} \left[4 \log \frac{a}{r} + 2 - \frac{C^2}{a^2} \right]$ (Cは荷重部分の半径)による)

表-2 円形平板 中央に部分等分布荷重Pを受けた場合

4. 正方形平板(一辺2a)が全面に等分布荷重 $4Pa^2$ を受けた場合

網目					解析解	備考				
1	0.28125	-4.6	0.29412	-0.19	0.29133	-1.21	0.29454	-0.05	0.29469	単位 Pa^2 各欄右側の 数字は誤差率 (%)
2					0.27551	-1.21	0.27865	-0.09	0.27889	
3			0.26287	-0.56	0.26091	-1.31	0.26384	-0.20	0.26436	
4	0.21875	-4.62	0.22702	-1.01	0.22656	-1.21	0.22879	-0.24	0.22934	
5					0.21407	-1.35	0.21723	-0.26	0.21801	
6	0.17188	-5.12	0.17831	-1.57	0.17865	-1.38	0.18047	-0.38	0.18115	
7					0.17810	-1.19	0.17858	-0.28	0.17977	
8			0.12868	-2.62	0.13166	-1.29	0.13220	-0.38	0.13351	
9					0.11098	-1.56	0.11167	-0.35	0.11274	
10			0.06801	-6.61	0.07112	-2.33	0.07179	-1.41	0.07282	

(解析解は Levy の方法によるたわみの公式⁽²⁾を使用し
 $M = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$ によって求めた無限級数により計算した。)

表-3 正方形平板が全面に等分布荷重を受けた場合

5. おまけ

以上のほかに、粗い網目で求めた値から、網目細分により中間値を求める場合、高精度階差法を使用する場合等があるが、これらは講義当日にゆずる。

最後に本研究は文部省試験研究費によることを付記して謝意を表する。

(1) 土木学会第14回年次学術講演会(講演概要 P55)

(2) S. Timoshenko: Theory of Plates and Shells. P128 (正方形), P72, P74, (円形)による。

(3) H. Marcus: Die Theorie elastische gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten (P51) による。