

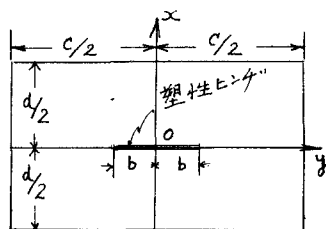
V-20 平板の塑性ヒンゲ周辺の応力について

室蘭工業大学 正員 能町純雄

1, はしがき 平板が曲げを受けた場合荷重が増加するにつれて板の一部に塑性ヒンゲに相当する破壊線が発達し断面の主曲げモーメント M_x, M_y がとり得る最大の抵抗曲げモーメントすなわち塑性モーメント M_p があつて, この塑性曲げモーメントが荷重と釣合う状態を最後として破壊線が発達し崩壊するものと考えられている。ここで板内のどの点においても塑性モーメント M_p を超えない条件として最大主曲げモーメント説に従えば, 塑性条件は

$$\left| \frac{M_x + M_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(M_x - M_y)^2 + 4 M_{xy}^2} \right| \leq M_p, \quad (1)$$

以上のことを前提として, 塑性ヒンゲが矩形板の中心に先づ一線分状に発生するような荷重状態について初期塑性ヒンゲが発生した場合のその近傍の曲げ応力の分布について解析を試みる。板は四辺とも単純支持で $x=0, y=0$ の二つの中心線に関して対称な *sinusoidal load* ($\gamma \cos \pi x/d \cdot \cos \pi y/c$) を受けその荷重強度が増加して中央に一線分状に $2b$ なる塑性ヒンゲが発生したと考える。この場合の板のタフミ w を二つに分けて塑性ヒンゲがない場合のこの板の荷重によるタフミ $w^{(0)}$ と塑性ヒンゲの影響による附加タフミ $w^{(2)}$ の和として表わす。塑性ヒンゲが小さい間は $w^{(2)}$ の境界四辺に対する影響は小さくその境界条件を乱さないと考え差支えない。



図, 1

2, 理論解式 板のタフミ, x 方向曲げモーメント, x 方向剪断力等は

$$w = w^{(0)} + w^{(2)}, \quad M_x = M_x^{(0)} + M_x^{(2)}, \quad S_x = S_x^{(0)} + S_x^{(2)}, \quad (2)$$

$$\text{釣合の式は} \quad N \Delta^2 w^{(0)} = \gamma \cos \pi x/d \cdot \cos \pi y/c, \quad \Delta^2 w^{(2)} = 0, \quad (3)$$

$$\text{さらに,} \quad w^{(2)} \Big|_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} = 0 \quad (4)$$

題意によつて M_x の最大値は $c > d$ とすれば $x=0$ なる線に沿うて生ずるから, この位置で x 方向剪断力 S_x は 0 でなければならない。ところが $S_x^{(0)}|_{x=0}$ であるから (2) から

$$S_x^{(2)}|_{x=0} = \left(\frac{\partial^2 w^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^{(2)}}{\partial x \partial y^2} \right)_{x=0} = 0, \quad (5)$$

次に塑性ヒンゲ上では M_x は塑性モーメント M_p を超えることができないから

$$M_x|_{x=0} = M_x^{(0)} + M_x^{(2)}|_{x=0} = M_p \quad |y| \leq b \quad (6)$$

$M_x^{(0)}$ の $x=0$ に沿う分布は $y=0$ の中央点で最大となる対称形の連続したなめらかな曲線であるから塑性ヒンゲの長さ $2b$ が小なる時はその曲線を $2b$ 間で抛物線と見做すことができる。従つて $M_x^{(0)}$ の最大値を M_0 とすれば (図, 2 参照)

$$M_x^{(0)} = M_0 - B(y/b)^2, \quad |y| \leq b$$

従って条件(6) は次のようになる。

$$M_x^{(w)}|_{x=0} = -N \left(\frac{\partial^2 w^{(w)}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w^{(w)}}{\partial y^2} \right)_{x=0} = M_p - M_0 + B \left(\frac{y}{b} \right)^2, \quad |y| \leq b \quad (8)$$

板のx方向 slope は、塑性ヒンゲ以外で連続している。

$$\therefore \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial w^{(w)}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial w^{(w)}}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad |y| \geq b \quad (9)$$

$$w^{(w)} \text{ は (3) 式から } w^{(w)} = \frac{8}{N\pi^4} \frac{\cos \frac{\pi x}{a} \cdot \cos \frac{\pi y}{c}}{\left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} \right)^2} \quad (10)$$

$w^{(w)}$ は (3), (4), (5) 式から

$$w^{(w)} = \int_0^\infty A e^{-\lambda x} \cos \lambda y d\lambda, \quad (11)$$

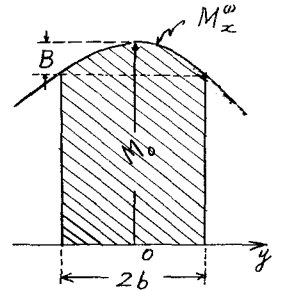


図. 2

A は (8) と (9) から次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} N \int_0^\infty A (1-\nu) \lambda^2 \cos \lambda y d\lambda &= M_0 - M_p - B (y/b)^2 \\ \int_0^\infty A \lambda \cos \lambda y d\lambda &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} |y| \leq b \\ |y| \geq b \end{aligned} \quad (12)$$

を満足するように求める。上式は Dual の積分式で計算の結果

$$\pi N (1-\nu) \lambda^2 A = \frac{1}{4} b^2 \pi^2 \lambda \left[4 \sqrt{\pi} (M_0 - M_p) (\lambda b)^{-1} J_1(b\lambda) + \sqrt{\frac{\pi}{2}} B \left\{ 4 (b\lambda)^{-1} J_1(b\lambda) - 8 (b\lambda)^{-2} J_2(b\lambda) \right\} \right] \quad (13)$$

これによって $x=0$ における $M_x^{(w)}$ の分布を計算すれば

$$M_x^{(w)}|_{x=0} = \left\{ \begin{aligned} &M_p - M_0 + B (y/b)^2, & |y| \leq b \\ &-(M_0 - M_p - \frac{B}{2}) \left(1 - \frac{y}{\sqrt{y^2 + b^2}} \right) - \frac{B}{2} \left(\frac{\sqrt{y^2 + b^2} - y}{b} \right)^2, & |y| \geq b \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$M_x^{(w)}|_{x=0}$ の分布は連続でなければならぬ、従って $|y| \geq b$ の式中不連続を表わす項は 0 となるべきである。故に

$$M_0 - M_p - \frac{B}{2} = 0, \quad \therefore B = 2(M_0 - M_p) \quad (15)$$

これによって

$$M_x|_{x=0} = \left\{ \begin{aligned} &M_p, & |y| \leq b \\ &M_2 + (M_0 - M_p) \left(\frac{\sqrt{y^2 + b^2} - y}{b} \right)^2, & |y| \geq b \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(16) は塑性ヒンゲが $|y| \leq b$ の間に生じた場合のこの荷重による弾性的最大曲げモーメントが塑性モーメント M_p を $\sqrt{2}b/2$ の中に渡って超過した時に塑性ヒンゲが $2b$ に渡って発生すれば安定であることを示している。(13)式のAを(11)式に代入すれば M_x, M_{xy} を計算して塑性ヒンゲが生じた時の曲げモーメントの分布を求めることができる。これによって極限設計の一つの手がかりを得ることができる。この研究は昭和35年度科学研究費きうけたものである。