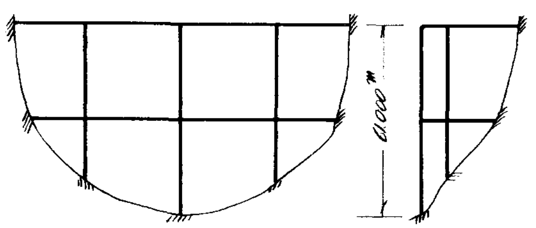
V—16　アーチダム状骨組の振動について（第二報）

岐阜大学工学部　正員　井上　肇

さきにアーチダムの振動を解析する一つの近似的な計算法について報告した[1)]が、そこではアーチ要素と梁要素とは互いに剛結されておらず、その変形もアーチ面内に限定して計算したものであった。その結果、実物の振動試験により得られた Mode 及び振動数と比較して Mode はよい近似が得られているが、振動数は実物と相当にかけ離れたものとなっており、この点で近似は十分であるとはいい難いものであった。

これは構造系骨組の仮定が、その構造系における Potential energy が運動の energy に比べて小さすぎる結果を与えたのであらうと考え、Potential energy をさらに大きくするという観点より、より実際に近くするため前に無視した、部材のねぢり、アーチ面外への変形及び梁の接線方向への変形を考慮に入れることにした。

こゝでは骨組のアーチ要素とはり要素とはその交点で剛結され、その変形をアーチ面内のみに限らず、アーチ面外への変形とはり要素の構造面に直角な面内への変形をも考えた。こゝでもせん断力の影響を無視し、質量はさきと同じく節点側にある半部材長の質量がその節点に集中していると考え、アーチの半径及び接線方向における質量の慣性のみを考慮に入れ、鉛直方向及び回転については考えないことにした。



こゝで用いた解析の方法は、アーチダムの Trial Load 法に類似したものであって、アーチダムを図に示す如く、アーチとはりよりなる曲面（こゝでは円筒面）状をした格子構造についての振動を考えるものである。

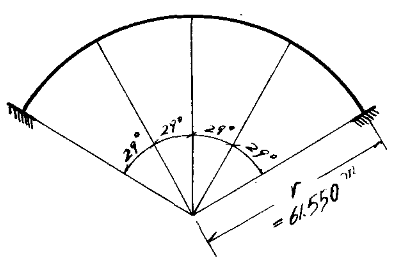
その基本的な考え方は大略次の通りである。

アーチ

面内変形

$$\frac{d^6 v}{d\theta^6} + 2\frac{d^4 v}{d\theta^4} + \frac{d^2 v}{d\theta^2} = 0 \qquad (1)$$

$$u = \frac{dv}{d\theta} - \frac{a}{1+a}\frac{d^3 v}{d\theta^3} - \frac{a}{1+a}\frac{d^5 v}{d\theta^5} \qquad (2)$$



面外変形

$$\frac{d^4 w}{d\theta^4} - k\frac{d^2 w}{d\theta^2} - r(1+k)\frac{d^2 \varphi}{d\theta^2} = 0 \qquad (3)$$

$$kr\frac{d^4 \varphi}{d\theta^4} - r\frac{d^2 \varphi}{d\theta^2} + (1+k)\frac{d^4 w}{d\theta^4} = 0 \qquad (4)$$

こゝで　$a = \frac{I_v}{r^2 A}$

$k = \frac{GJ_T}{EI_u}$

はり

$$\frac{d^2u}{dz^2} = -\frac{M_u}{EI_v} \qquad (5) \qquad\qquad \frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M_v}{EI_u} \qquad (6)$$

$$T = GJ_T \frac{d\varphi}{ds} \qquad (7)$$

u、v、w： それぞれ アーチの半径、接線方向及び鉛直方向（z）への変位.
： ねぢり角、 E； 弾性係数、 GJ_T；ねぢり剛性
A，I_u．I_v，； 部材の断面積．u．v 軸のまわりの断面二次モーメント及び

(1)〜(7)より各部材の材端での各内力 X と、その方向への変位 x との間の関係

$$\text{アーチ} \qquad X_a = T_a \cdot x \qquad (9) \qquad\qquad T_a,\ T_b：\text{係数行列}$$

$$\text{はり} \qquad X_b = T_b \cdot x \qquad (10)$$

を求めて各節点における慣性力との釣合方程式

$$\Sigma X_i = -M\ddot{x}_i \qquad (11)$$

によって、この構造系における振動性状を求めようとするものである.
ゝで得られる特性方程式は行列表示して

$$A \cdot x = -M\ddot{x} \qquad (12)$$

となり、仮定により慣性項が 0 であるものもあるので、それに対応する x を x_2 として(12) を書き直せば、

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} \bar{A} & \nu \\ \mu & \theta \end{bmatrix} \quad \text{とおけば} \quad A \cdot x = \begin{bmatrix} \bar{A} & \nu \\ \mu & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = -M \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (13)$$

(13)を変形して $$Ax = (\bar{A} - \nu\theta^{-1}\mu)x_1 = \overset{*}{A}x_1 = -M\ddot{x}_1 \qquad (13')$$

$$x_1 = \bar{x}_1 \sin\omega t \quad \text{とおけば} \quad \ddot{x}_1 = -\omega^2 \bar{x}_1 \sin\omega t \qquad (14)$$

これを代入して

$$M^{-1}\overset{*}{A}x_1 - \omega^2 x_1 = (H - \omega^2)x_1 = 0 \qquad (15)$$

(15)を解けばこの場合の振動性状が求められる。

この計算法の有効性を検討するために昨年と同じく実測データのある殿山ダム（高さ $61.000\,m$ 堤頂での中心角 $116°$）を対象として数値解析を行った. 結果については講演当日にゆずる。

1) 岡本．井上 アーチダム状骨組の振動について． 昭35．5 第15回 土木学会年次講演会 第V部