V—13 部分固定板の振動に関する理論および実験的研究

大阪市立大学 正員 倉田宗章
仝上 正員 ○岡村宏一

1. はしがき. 矩形板が部分的に固定された支持辺を持つ場合の自由振動の問題について解析を行い, 2, 3の例題について固有値を求めた。又,アルミ板を使用し,共振式振動測定器に依て実験を行い理論値と比較したが良好な結果を得た。同時に,この種の板の種々な振動面における節線の位置についても調べた。この問題については最近,太田・浜田両氏が近似解を示したが[1]われわれは別個の見地から更に厳密な解法によつて取扱った。

2. 解析の方法

Fig. 1 に示すように周辺に板と同一の時間的変化をする単一モーメント $M_u \cos\omega t$ を受ける周辺単純支持矩形板が自由振動をする場合のたわみは次の様に求められる。

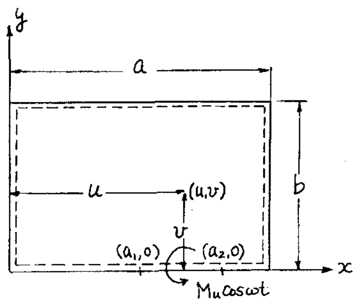


Fig. 1

$$w = \frac{4a^3 M_u}{N\pi^3 b^2}\sum_m\sum_n \frac{n\sin\alpha_m u}{(m^2+\lambda_n^2)(m^2-\lambda_n'^2)}\sin\alpha_m x \sin\beta_n y \cos\omega t \quad \text{------} 1)$$

ただし, $\lambda_n = \sqrt{\mu + \frac{a^2}{b^2}n^2}$, $\lambda_n' = \sqrt{\mu - \frac{a^2}{b^2}n^2}$, $\mu = \frac{\omega a^2}{\pi^2}\sqrt{\frac{\rho h}{N}}$ (不名数),

$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}$, $\beta_n = \frac{n\pi}{b}$, N= 板の曲げ剛度, h= 板厚, ρ= 板の密度。

今, Fig. 1 に示す様な矩形板が例えば $x = a_1$ より $x_2 = a_2$ の間に分布するモーメントを受ける場合,モーメントの分布関数M_uはE_sを未定常数として次のような三角級数によつて表わされるものと仮定する

$$M_u = \sum_s E_s \sin\frac{s\pi(u-a_1)}{r}, \qquad ただし \quad r = a_2 - a_1,$$

これを1)に代入してuについてa_1よりa_2まで積分すればこの場合のたわみが得られ,更に$y=0$辺のたわみ角を$\theta(u,x)$とすれば,

$$\theta(u,x) = \frac{4a^3 r}{N\pi^3 b^3}\sum_s sE_s \sum_m\sum_n \frac{n^2\sin\alpha_m x}{(m^2+\lambda_n^2)(m^2-\lambda_n'^2)} \times \frac{(-1)^s \sin\alpha_m a_2 - \sin\alpha_m a_1}{\frac{r^2}{a^2}m^2 - s^2} \cos\omega t \quad \text{------} 2)$$

いま, $a_1 < x < a_2$ の区間だけで $\theta(u,x) = 0$ になることを要求するために,式(2)を $a_2 - a_1 = r$ の区間で再び Fourier の級数に展開する,その結果, $\theta(u,x) = 0$ なる条件より板の自由振動の周期方程式として次の係数行列式を得る。

$$(a_{K,S})_{(K=1,2,3\cdots\cdots,\ S=1,2,3\cdots\cdots)} = 0,$$

ただし

$$a_{K,S} = \sum_m\sum_n \frac{n^2}{(m^2+\lambda_n^2)(m^2-\lambda_n'^2)} \times \frac{(-1)^K \sin\alpha_m a_2 - \sin\alpha_m a_1}{\frac{r^2}{a^2}m^2 - K^2} \times \frac{(-1)^S \sin\alpha_m a_2 - \sin\alpha_m a_1}{\frac{r^2}{a^2}m^2 - S^2} \quad \text{------} 3)。$$

μはこの問題の固有値であって式3)の根として算出される。また,この方法は容易に矩形板

の周辺において任意の数ヶ所で固定された場合に拡張出来る。

3. 計算例. 計算例として正方形板の相対二辺の中央$\frac{1}{3}$区間固定,および四辺の中央$\frac{1}{3}$区間固定の場合について最小固有値μを求め,四辺支持および四辺固定の場合と比較した結果は次表の通りである。

境界条件	四辺支持	相対二辺中央$\frac{1}{3}$区間固定	四辺中央$\frac{1}{3}$区間固定	四辺固定
μ	2.000	2.767	3.442	3.646

上表の比較によって,この種の部分固定板は基本振動に於ては単純支持板と周辺固定板の中間的性質を持つことがわかる。なお,Fig. 2 に示すのは固有値の計算における行列式の収斂の状態の一例を示したものである。

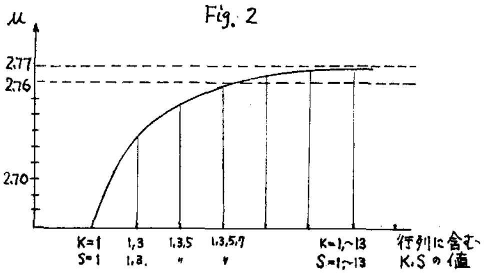


Fig. 2

4. 実験 アルミニウム試験板($300^{mm} \times 300^{mm}$, 厚 3^{mm}, ヤング率: $690{,}000\ \mathrm{Kg/cm^2}$)を使用してこの種の平板の2, 3のTypeについて,振動数,節線の位置を調べた。試験板の支持,固定の装置に就ては,既に別の実験についてのべたが,[2] この場合,支持辺のダンパーとしては精確に厚みを調整したゴム板を挟み,僅かに押える程度とした(Fig. 3 及び Fig. 4) 発振及び検出装置は円井製作所製のもので試験板の下面に小型コイルによる起振器を軽く接触せしめて振動させるものである。ピックアップは比較的軽いものであるのでダンピングの状態は幾分現はれる程度だった。種々な振動面の節線の観察はリサージュ円の位相の変化をみながら板上でピックアップを移動させる方法により行った。実験結果の2, 3例を次表に示す。

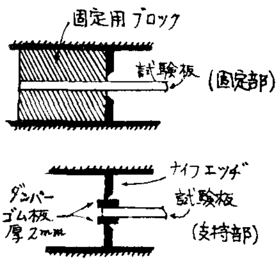


Fig. 3

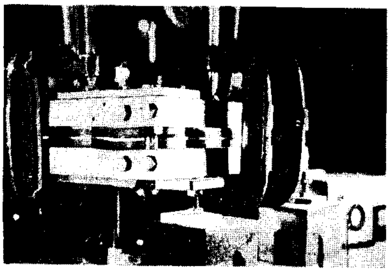
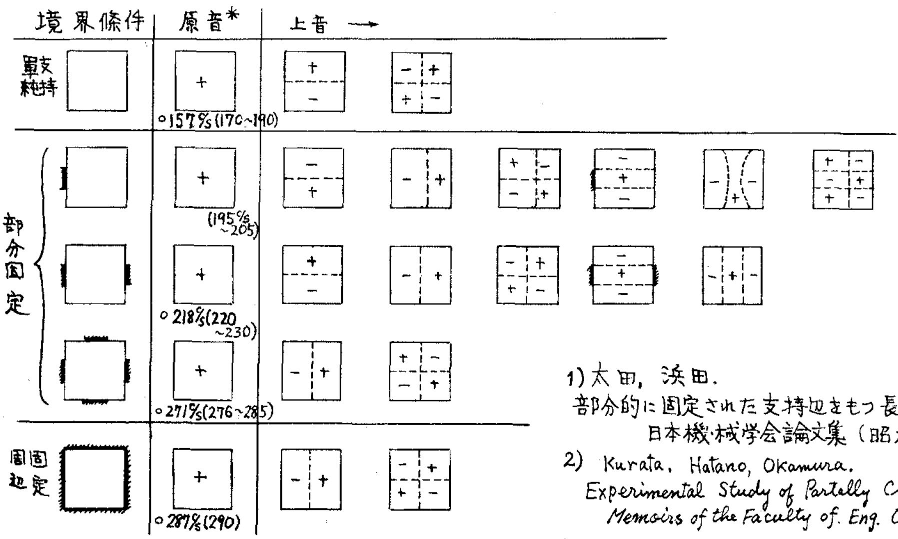


Fig. 4



* 原音の欄に示す数値は
○ 理論値
( ) 実験値
周辺固定以外で実験値が幾分不安定であるのは ピックアップ(支持バネを含む)の影響と思はれる。

1) 太田, 浜田.
部分的に固定された支持辺をもつ長方形板のたわみ,振動
日本機械学会論文集 (昭和34年)

2) Kurata, Hatano, Okamura.
Experimental Study of Partelly Clamped Plates.
Memoirs of the Faculty of Eng. Osaka City Univ (1959)