

V-8 変形法による固定アーチ, 連続アーチの解法

京都大学工学部 正員 工博 成岡昌史

京都大学工学部 正員 ○ 児嶋弘行

(1) 緒言

高次不静定構造物の解析法として, 従来, 連立一次方程式を解く労力の軽減の莫から, 未知量をできるだけ少なく選定しようとして, 多くの場合, 解式の誘導においてかなり面倒な手法を必要とするにもかかわらず, 応力法による解法が広く用いられている。しかしながら, 近年, *Digital Computer* が普及し, 構造解析の分野においてもその利用が容易になってきたため, 計算労力の軽減は, もはや重視する必要はなく, むしろ, 解式の誘導が機械的に, かつ, 迅速にできることが要求される。この莫から, 変形法による構造物の解析が, 今後重視されることが予想される。この莫を考慮し, かつ, 京都大学においては, 電子計算機 KDC-1 が学内一般の使用に供せられるようになったので, 筆者等は, まず, 平面アーチ構造を対象として, 変形法による近似解法について研究し, KDC-1 によって若干の数値計算を行なったので, ここに発表する。

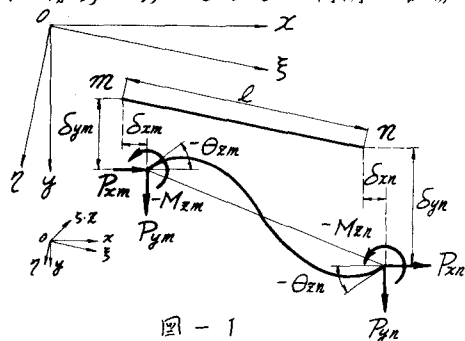


図-1

(2) 解析に用いた基本式

解析に用いた基本式は, 徳島大学, 星教授の提示されたもので, 立体構造への適用が可能であるが, これを, 図-1 のような x-y 面内にある部材について書けば, 式(1)となる。

$$\left. \begin{aligned} P_{xm} &= -\frac{12EI}{l^3} \beta_1 \{ \beta_1 (\Delta_{xm} - \Delta_{xn}) + \beta_2 (\Delta_{ym} - \Delta_{yn}) \} - \frac{EA}{l} \alpha_1 \{ \alpha_1 (\Delta_{xm} - \Delta_{xn}) + \alpha_2 (\Delta_{ym} - \Delta_{yn}) \} \\ &\quad + \frac{6EI}{l^2} \beta_1 \{ \gamma_3 (\theta_{xm} + \theta_{xn}) \} \\ P_{ym} &= -\frac{12EI}{l^3} \beta_2 \{ \beta_1 (\Delta_{xm} - \Delta_{xn}) + \beta_2 (\Delta_{ym} - \Delta_{yn}) \} - \frac{EA}{l} \alpha_2 \{ \alpha_1 (\Delta_{xm} - \Delta_{xn}) + \alpha_2 (\Delta_{ym} - \Delta_{yn}) \} \\ &\quad + \frac{6EI}{l^2} \beta_2 \{ \gamma_3 (\theta_{xm} + \theta_{xn}) \} \\ M_{xm} &= \frac{6EI}{l^2} \gamma_3 \{ \beta_1 (\Delta_{xm} - \Delta_{xn}) + \beta_2 (\Delta_{ym} - \Delta_{yn}) \} - \frac{2EI}{l} \gamma_3 \{ \gamma_3 (2\theta_{xm} + \theta_{xn}) \} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(3) 節点における釣合方程式

座標軸に対する部材の配置を図-2 のようにとって, それぞれの部材に対して式(1)を用い, これを釣合条件式(2)に代入して, 式(3)を得る。

$$\left. \begin{aligned} \text{式(3)において, } \sum_{xy>0} \left(\sum_{xy<0} \right) \\ \text{とあるのは, 平面 I, II, (} \\ \text{II, IV) の, また, } \sum_{xy>0} \left(\sum_{xy<0} \right), \\ \sum_{xy>0} \left(\sum_{xy<0} \right), \text{ とあるのは, } \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \sum P_{xm} + P_{xm} &= 0 \\ \sum P_{ym} + P_{ym} &= 0 \\ \sum M_{xm} + M_{xm} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

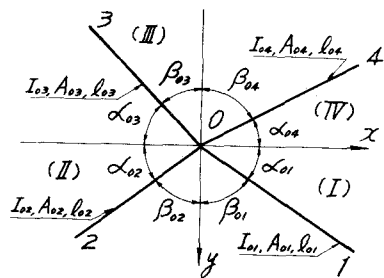


図-2

それぞれ、平面 I, IV (II, III); I, II (III, IV); の部材に関する加算を意味し、単に Σ とあるのは、すべての部材についての加算を意味する。

$$\left. \begin{aligned} & \left[\Sigma (A_{oi}) \delta x_0 - \Sigma (A_{oi}) (\delta x_i) \right] + \left[\left\{ - \sum_{xy>0} (b_{oi}) + \sum_{xy<0} (b_{oi}) \right\} \delta y_0 + \sum_{xy>0} (b_{oi}) (\delta y_i) - \sum_{xy<0} (b_{oi}) (\delta y_i) \right] \\ & + \left[\left\{ \sum_{y>0} (C_{oi}) - \sum_{y<0} (C_{oi}) \right\} \theta_{z0} + \sum_{y>0} (C_{oi}) (\theta_{zi}) - \sum_{y<0} (C_{oi}) (\theta_{zi}) \right] = P_{x0} \\ & \left[\left\{ - \sum_{xy>0} (b_{oi}) + \sum_{xy<0} (b_{oi}) \right\} \delta x_0 + \sum_{xy>0} (b_{oi}) (\delta y_i) - \sum_{xy<0} (b_{oi}) (\delta y_i) \right] + \left[\Sigma (\bar{A}_{oi}) \delta y_0 - \Sigma (\bar{A}_{oi}) (\delta y_i) \right] \\ & + \left[\left\{ - \sum_{x>0} (\bar{C}_{oi}) + \sum_{x<0} (\bar{C}_{oi}) \right\} \theta_{z0} - \sum_{x>0} (\bar{C}_{oi}) (\theta_{zi}) + \sum_{x<0} (\bar{C}_{oi}) (\theta_{zi}) \right] = P_{y0} \\ & \left[\left\{ \sum_{y>0} (C_{oi}) - \sum_{y<0} (C_{oi}) \right\} \delta x_0 - \sum_{y>0} (C_{oi}) (\theta_{zi}) + \sum_{y<0} (C_{oi}) (\theta_{zi}) \right] + \left[\left\{ - \sum_{x>0} (\bar{C}_{oi}) + \sum_{x<0} (\bar{C}_{oi}) \right\} \delta y_0 \right. \\ & \left. + \sum_{x>0} (\bar{C}_{oi}) (\delta y_i) - \sum_{x<0} (\bar{C}_{oi}) (\delta y_i) \right] + \left[\Sigma (Z d_{oi}) \theta_{z0} + \Sigma (d_{oi}) (\theta_{zi}) \right] = M_{z0} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

上式中

$$\left. \begin{aligned} A_{oi} &= \frac{12EI_{oi}}{l_{oi}^3} \cos^2 \beta_{oi} + \frac{EA_{oi}}{l_{oi}} \cos^2 \alpha_{oi}, \quad \bar{A}_{oi} = \frac{12EI_{oi}}{l_{oi}^3} \cos^2 \alpha_{oi} + \frac{EA_{oi}}{l_{oi}} \cos^2 \beta_{oi} \\ b_{oi} &= \left(\frac{12EI_{oi}}{l_{oi}^3} - \frac{EA_{oi}}{l_{oi}} \right) \cos \alpha_{oi} \cos \beta_{oi}, \quad C_{oi} = \frac{6EI_{oi}}{l_{oi}^2} \cos \beta_{oi}, \quad \bar{C}_{oi} = \frac{6EI_{oi}}{l_{oi}^2} \cos \alpha_{oi} \\ d_{oi} &= \frac{2EI_{oi}}{l_{oi}^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

である。

式(3)から明らかなように釣合方程式は、 δx , δy , θ_z , を未知数とする連立一次方程式となり、その係数行列は対称行列となる。

(4) アーチへの応用

アーチを図-3に示すように m 個の Segment に分割した場合、拱軸線は各分割区間において直線であり、かつ、各 Segment においては、断面の諸量

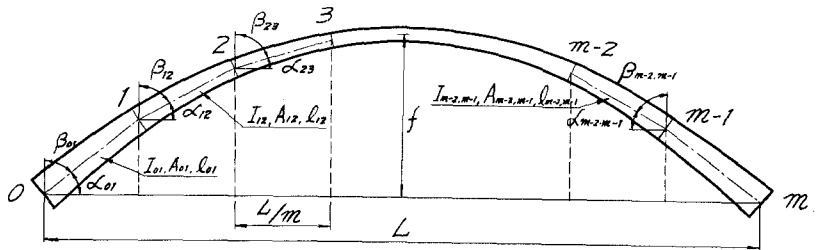


図-3

(I , A) は一定で、分割区間において段階的に変化するものと仮定すれば、アーチ構造を、分割区間に節点をもった近似的な直線部材からなる骨組構造とみなして取り扱うことができる。しかがつて、アーチの各 Segment について式(4)の諸量を計算し、次に、各分割区間に対して式(3)をたてれば、釣合方程式を機械的に得ることができる。

上述の方法を用いて筆者らは、固定アーチ、および、二点間連続アーチを例にとり、数値計算を行なったが、その結果の詳細、あわせて、釣合方程式の機械的作表法、ならびに、上記の式中の記号などについては、講演会当日説明する。