V－7　地下構造物の設計法に関する研究

早稲田大学　　正員　　村上博智

I　緒言

地下鉄の如く特別に基礎をもうけなくて、その底版自身で構造物を支へている様な地下構造物の設計法として、筆者は昨年来かゝる構造物が弾性支持梁を有するラーメンであると言ふ仮定のもとに、その解法を発表して来たが[(1),(2),(3)]、今回発表する本研究は夫等の結果を再整理し使用し易い形式に書き換へ更に簡単な分布荷重の作用する場合について、世渭"撓角撓度公式"の荷重項に相等する、弾性支承梁の荷重項について報告する。

II　弾性支承梁の撓角撓度法公式

図示の様な弾性支承梁に対する撓角撓度公式は次式の様に示される。

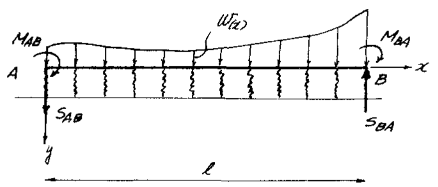

Fig-1.

$$\left.\begin{aligned}
M_{AB} &= 2EK(m\theta_A + n\theta_B + \lambda p R_A - \lambda q R_B) - C_{AB}\\
M_{BA} &= 2EK(n\theta_A + m\theta_B + \lambda q R_A - \lambda p R_B) + C_{BA}\\
S_{AB} &= \frac{2EK}{L}\{\lambda p\theta_A + \lambda q\theta_B + \lambda^2 r R_A - \lambda^2 s R_B\} - Q_{AB}\\
S_{BA} &= \frac{2EK}{L}\{\lambda q\theta_A + \lambda p\theta_B + \lambda^2 s R_A - \lambda^2 r R_B\} + Q_{BA}
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(1)$$

但し　$\beta = l\cdot\sqrt[4]{\dfrac{k}{4EI}}$，　L：標準部材長　$\lambda = \dfrac{L}{l}$：材長比　$R = \dfrac{\delta}{L}$：沈下度

$$\left.\begin{aligned}
m &= \frac{\beta Y_6}{Y_5}, & p &= \frac{\beta^2 Y_7}{Y_5}, & r &= \frac{2\beta^3 Y_8}{Y_5}\\
n &= \frac{\beta(Y_2 - Y_3)}{Y_5}, & q &= \frac{2\beta^2 Y_1}{Y_5}, & s &= \frac{2\beta^3(Y_2 + Y_3)}{Y_5}
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(2)$$

$$\left.\begin{aligned}
&Y_1 = \sin\beta\sinh\beta, \quad Y_2 = \sin\beta\cosh\beta, \quad Y_3 = \cos\beta\sinh\beta, \quad Y_4 = \cos\beta\cosh\beta;\\
&Y_5 = -\sin^2\beta + \sinh^2\beta, \quad Y_6 = -\sin\beta\cos\beta + \sinh\beta\cosh\beta,\\
&Y_7 = \sin^2\beta + \sinh^2\beta, \quad Y_8 = \sin\beta\cos\beta + \sinh\beta\cosh\beta
\end{aligned}\right\}\quad\cdots(3)$$

$$\left.\begin{aligned}
C_{AB} &= 2EK\left\{m\alpha\,\eta'(0) + n\alpha\,\eta'(\beta) + \lambda p\frac{\eta(0)}{L} - \lambda q\frac{\eta(\beta)}{L} + \frac{L\alpha^2}{\lambda}\eta''(0)\right\}\\
C_{BA} &= -2EK\left\{n\alpha\,\eta'(0) + m\alpha\,\eta'(\beta) + \lambda q\frac{\eta(0)}{L} - \lambda p\frac{\eta(\beta)}{L} - \frac{L\alpha^2}{\lambda}\eta''(\beta)\right\}\\
Q_{AB} &= \frac{2EK}{L}\left\{\lambda p\alpha\,\eta'(0) + \lambda q\alpha\,\eta'(\beta) + \lambda^2 r\frac{\eta(0)}{L} - \lambda^2 s\frac{\eta(\beta)}{L} - \frac{L^2\alpha^3}{\lambda}\eta'''(0)\right\}\\
Q_{BA} &= \frac{-2EK}{L}\left\{\lambda q\alpha\,\eta'(0) + \lambda p\alpha\,\eta'(\beta) + \lambda^2 s\frac{\eta(0)}{L} - \lambda^2 r\frac{\eta(\beta)}{L} - \frac{L^2\alpha^3}{\lambda}\eta'''(\beta)\right\}
\end{aligned}\right\}\quad(4)$$

勿論式(4)の C_{AB}, C_{BA} は支点沈下なき時の弾性支承梁(固定)の固定端モーメントを示し、Q_{AB}, Q_{BA} はその場合の支点反力を示す。

尚式(4)の $\eta(\xi)$ は次式の特解である。

$$\frac{d^4y}{d\xi^4} + 4y = \frac{4w(x)}{k}, \qquad \xi = \alpha x, \qquad \alpha = \frac{\beta}{l} \qquad \cdots\cdots(5)$$

III 荷重項

簡単な荷重状態の場合の荷重項は次の様になる。

i) 等分布荷重の場合.

$$w(x) = w = \text{一定}, \quad \eta(\xi) = \frac{w}{k}$$

$$C_{AB} = C_{BA} = \frac{wl^2}{2} \cdot \frac{p-q}{\beta^4}, \qquad Q_{AB} = Q_{BA} = \frac{wl}{2} \cdot \frac{r-s}{\beta^4} \quad \cdots\cdots (6)$$

ii) 等変分布荷重の場合.

$$w(x) = \frac{w}{l} x, \qquad \eta(\xi) = \frac{w\xi}{k\beta}$$

$$\left.\begin{aligned} C_{AB} &= \frac{wl^2}{2} \cdot \frac{m+n-q}{\beta^4}, & Q_{AB} &= \frac{wl}{2} \cdot \frac{p+q-s}{\beta^4} \\ C_{BA} &= -\frac{wl^2}{2} \cdot \frac{m+n-p}{\beta^4}, & Q_{BA} &= -\frac{wl}{2} \cdot \frac{p+q-r}{\beta^4} \end{aligned}\right\} \cdots (7)$$

IV. Wilson氏の所謂"撓角撓度法公式"との関係.

図示のバネ常数(地盤反力係数) $k \to 0$ の極限を考へる両端弾性支持梁となるから当然所謂"撓角撓度法公式"と一致する筈である。式(2),(3)より (1)式の撓角及沈下度の係数 m, n, p, q, r, s 及び(6),(7)式の $\frac{p-q}{\beta^4}$, $\frac{r-s}{\beta^4}$, $\frac{p+q-s}{\beta^4}$, $\frac{p+q-r}{\beta^4}$, $\frac{m+n-q}{\beta^4}$, $\frac{m+n-p}{\beta^4}$ の $\beta \to 0$ の極限を計算してみると次の如くなり前記の事が明瞭になるであらう。

$$\left.\begin{aligned}
&\lim_{\beta \to 0} m = 2, & &\lim_{\beta \to 0} \frac{p-q}{\beta^4} = \frac{1}{6}, & &\lim_{\beta \to 0} \frac{p+q-s}{\beta^4} = \frac{3}{10} \\
&\quad〃\ n = 1, & &\quad〃\ \frac{r-s}{\beta^4} = 1, & &\quad〃\ \frac{p+q-r}{\beta^4} = -\frac{7}{10} \\
&\quad〃\ p = 3, & &\quad〃\ \frac{m+n-q}{\beta^4} = \frac{1}{15} & & \\
&\quad〃\ q = 3, & &\quad〃\ \frac{m+n-p}{\beta^4} = -\frac{1}{10} & & \\
&\quad〃\ r = 6, & & & & \\
&\quad〃\ s = 6. & & & &
\end{aligned}\right\} \cdots (8)$$

V. 結語.

以上地下構造物を弾性支承梁を含むラーメンと考へてその解法を撓角撓度法形式によって可能であると云ふ事を示したが、その二、三の計算例及び弾性支承梁と考へられるか否かについての若干の実験的研究については当日発表する予定である。

(1) 地下構造物に関する光弾性実験(II). 第15回年次学術講演会(土木学会) 昭和35年5月

(2) 弾性支持梁を含むラーメンの解法. 早稲田大学理工学研究所報告 第15輯. 昭和35年8月.

(3) 弾性支承梁を有するラーメンの一解法. 第10回応用力学連合講演会. 昭和35年9月.