IV−23　交差点容量のO.R.的考察

名古屋工業大学　正員　渡辺新三
岐阜大学工学部　正員　○加藤　晃

1. まえがき：　これまで交通流の理論的解析に最も多く用いられて来た分布はポアソン分布である。実際にポアソン分布を交通流に適用する場合、その交通流に斉時性が保たれ、かつ時間に対する生起現象として示される交通車輌の出現が独立性を失わないで、しかもその平均出現量が任意の時間々隔に対してかなり小さくなる範囲では極めてよく適合することが内外の交通工学研究者によって明らかにされて来た。しかし何らかの理由により交通現象の生起に独立性がなくなって来ると交通流に偏奇が生じてポアソン分布の適用が認められなくなる。この場合の交通流は現象的には交通車輌に独立性が失われ他の車輌に影響されて交通現象に連行性が生じてくるからである。この場合の解析には複合ポアソン分布や対数正規分布の適用がよく近似性を示すことが明らかにされているが、筆者らはこの時の車頭間隔の確率分布に注目して以下に述べるようなトランケートされた指数分布を車頭間隔の分布に適用して街路交通のような連行した交通流の解析を行った。

2. 車頭間隔の分布：　自由走行をしている交通流の車頭間隔の分布 f_1 は任意の時間間隔 θ について　$f_1 = e^{-\frac{\theta}{t}}$　と表わすことができる。ここで t は車頭間隔の平均値である。これはポアソン分布　$P(n) = \frac{1}{n!}\cdot(N\theta)^n\cdot e^{-N\theta}$　に出現台数　$n=0$　としたときに相当する。ここで N は単位時間当りの交通量であり従って　$N\cdot t = 1$　である。一方過大な交通量や停車信号などにより自由走行が不可能になった場合は交通車輌の独立性が失われて、その車頭間隔は非常に狭くなり安全に走行できる範囲において極限まで車頭間隔が短かくなる所が随所に出て来るわけである。従って前者の場合には車の存在を時間的に点として扱ったのに対し、極限車頭間隔 ε を時間的長さとして扱わなければならない。すなわちある時間間隔 X　に　n 台の車が通過するとすれば　$[(X-n\varepsilon)/n]$　なる時間々隔に $(t-\varepsilon)$ の平均車頭の分布を考えることになる。ここで $X/n = \theta$ とおけばその分布 f_2 は　$f_2 = e^{-\frac{\theta-\varepsilon}{t-\varepsilon}}$　と求められる。一般の交通流は自由走行をするグループと連行を余儀なくされるグループとからできているので、一般に任意の時間々隔 θ に車が1台もない確率 $P(\theta)$ は次のように示すことができる。

$$P(\theta) = N\gamma t_1 e^{-\frac{\theta}{t_1}} + N(1-\gamma)(t_2-\varepsilon)e^{-\frac{\theta-\varepsilon}{t_2-\varepsilon}} \qquad (1)$$

t_1 ; t_2 ;　自由走行をするグループとしないグループの各平均車頭間隔
γ ;　自由走行をする車の台数が全交通に対して占める割合

3. 任意の時間々隔 x より大きい車頭間隔の生ずる確率：　x と $x+dx$ の間に車がない確率を $p(x)dx$ とするとある時間々隔 θ の先端が x と $x+dx$ の間に生ずる確率は $kx\,p(x)dx$ である。確率常数 k は $\int_0^\infty kx\,p(x)dx = 1$ より $k = N$ となるから x の中に含まれる θ に車がない確率は $N(x-\theta)p(x)dx$ となる。従って x の範囲を θ から ∞ までの全域について積分することにより $P(x)$ を求めることができる。

$$P(x) = \int_\theta^\infty N(x-\theta)p(x)\,dx = \int_\theta^\infty N\,dx\int_x^\infty p(x)dx \qquad (2)$$

(2)式から　$p(x)=\frac{1}{N}\frac{d^2P(x)}{dx^2}$　の関係も明らかである。従って(1)式によって与えられた因数を代入すれば　$p(x)$ は

$$p(x)=\frac{\gamma}{t_1}\cdot e^{-\frac{x}{t_1}}+\frac{1-\gamma}{t_2-\varepsilon}\cdot e^{-\frac{x-\varepsilon}{t_2-\varepsilon}}$$

となり x より大きい車頭間隔の生ずる確率 $\varphi(x)$ は次のようになる。

$$\varphi(x)=\int_x^{\infty}p(x)\,dx=\gamma e^{-\frac{x}{t_1}}+(1-\gamma)e^{-\frac{x-\varepsilon}{t_2-\varepsilon}} \qquad (3)$$

4．交差点における右折車のポケット容量に対する応用：　交差点において車が右折する場合は対向車線の直進車を通過させるために交差点内側中心附近で一旦停車をして待たねばならない。勿論対向車線に直進車が少なければその間隙をくぐって右折できる。この右折車の溜り場（ポケット）の容量と右折できる交通量の関係は次のようになる。右折車がポケット容量Kを超える確率を　$Q(x)$　とすれば、$Q(x)$　はK台までの右折台数と対向車線の間隙に通過することができる期待値 $\bar{x}$ が生ずる確率を右折車が生ずる全確率から引けばよいから式(4)が得られる。

$$Q(x)=1-\sum_{x=0}^{K+\bar{x}}\frac{1}{x!}\left(\frac{C.Nr}{3600}\right)^x\cdot e^{-\frac{C.Nr}{3600}} \qquad (4)$$

$$\bar{x}=\int_0^{n=\frac{g}{\theta}}x\cdot R(x)\,dx \qquad (5)$$

x；交通車輛の生起回数　　　　Nr；1時間当りの右折車の平均台数

C；信号周期（秒）　　　　　　g：青信号時分（秒）

$R(x)$；x台の車が対向車線を通過することができる時間の生ずる確率

θ；対向車線を通過するに要する時分（秒）

$R(x)$は前節に求めた(3)式を対向車線の交通に適用して(6)式のように定義できる。

$$R(x)=\varphi(x)-\varphi(x+1) \qquad (6)$$

ここで　$\varphi(x)=\gamma e^{-\frac{\theta x}{t_1}}+(1-\gamma)e^{-\frac{\theta x-\varepsilon}{t_2-\varepsilon}}$　；　$\varphi(x+1)=\gamma e^{-\frac{\theta(x+1)}{t_1}}+(1-\gamma)e^{-\frac{\theta(x+1)-\varepsilon}{t_2-\varepsilon}}$　　(7)

である。上式はx台の車が対向車を通過するのに要する時間をθx時分としているが交通量がかなり大きくなると実際には極限として　$\theta+x\varepsilon$　と考えてよく、従って交通量の多い交差点では(7)式よりも(8)式を用いた方がより一般的である。

$$\varphi(x)=\gamma e^{-\frac{\theta+x\varepsilon}{t_1}}+(1-\gamma)e^{-\frac{\theta+(x-1)\varepsilon}{t_2-\varepsilon}}\;;\;\varphi(x+1)=\gamma e^{-\frac{\theta+(x+1)\varepsilon}{t_1}}+(1-\gamma)e^{-\frac{\theta+x\varepsilon}{t_2-\varepsilon}} \qquad (8)$$

この時式(5)の積分上限値は　$n=(g-\theta)/\varepsilon$　となる。

ポケット容量を超えて車が溜る確率　$Q(x)$　を求めることができればその交差点の混雑の程度が判るわけで　$Q(x)=0.05$　と求められれば5％の確率で右折車の滞溜がその車線をふさいでいることを示し、$Q(x)$がある値以上大きくなればその交差点の右折車を含む車線の交通量は著しく落ちてくる。既設の交差点ではポケット容量Kに限度があり、従って交差点の改良を行ったり、交通指導を行って$Q(x)$を小さくする必要があり、新設街路では予め$Q(x)$を想定して交差点の大きさ，形状を決定することが望まれるわけである。

5．あとがき：　前節で求めた$Q(x)$を用いて右折車を含む車線の進行信号時分の実質的に利用できる確率を求めることができる。そしてこの有効に利用できる期待値が求まれば筆者らが昭和35年度土木学会中部支部研究発表会に発表した直進車のみの交差点容量を求める方法と合せて、一般の交差点容量を求めることができるが、それはいずれ稿を改めて発表する予定である。