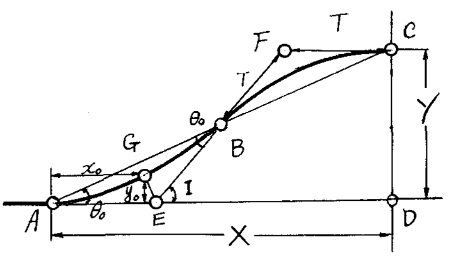
IV—16　　立体交叉の縦断線形に関する一提案

山口大学工学部　　正員　　樋渡正美

1. 緒言

最近，踏切事故が激増して平面交叉の除却が問題になっているが，そうでなくとも自動車が猛烈な勢いで増加し，而かも速力の向上が強く要求されている今日，少くとも幹線道路と他の交通機関例えば鉄道軌道等との交叉箇所は，立体交叉とする事が絶対に必要である。而して，これ等立体交叉の取付道路は，直線勾配とするか或はせいぜいその両端に円曲線を挿入する程度が普通である。筆者はここで高速車輌の運行に最も合理的であり，且つ経済的でもある縦断曲線について検討してみたいと思う。一般に幹線道路が他の交通路線を乗り越す場合，地形によって色々の縦断線形が考えられるであろうが，ここでは平地において最も一般的に起る図－1の様な線形を想定する。図においてＡＢＣをこれから定むべき縦断曲線としＢ点をその中央点とすれば，曲線は点Ｂにおいて反曲し而かも左右同じ曲線を使用すればよいから，共通切線ＥＦが縦断曲線の最急勾配を与えることになる。さて筆者が前回の名古屋における土木学会第５回年次学術講演会で発表した所に従って，縦断曲線の式を $\rho = f(\theta)$ なる形で表わし，曲線ＡＢの中点Ｇにおける座標を夫々 x_0, y_0 螺旋角を θ_0 曲率半径を ρ_0 とすれば，縦断曲線の全長Ｌ切線長Ｔ乗越高Ｙ及び水平距離Ｘは夫々次の様になる。

図－1. 縦断線形



$$L = 4\int_0^{\theta_0} \rho\, d\theta \text{ ------ (1)} \qquad T = x_0 + y_0 \tan\theta_0 \text{ ------ (2)}$$

$$Y = 2T\sin I = 4\sin\theta_0 (x_0\cos\theta_0 + y_0\sin\theta_0) \text{ ---- (3)}$$

$$\left.\begin{array}{l} X = 2T + 2T\cos I = 4\cos\theta_0 (x_0\cos\theta_0 + y_0\sin\theta_0) \\ \text{または} \quad X = Y\cot\theta_0 \end{array}\right\} \text{---- (4)}$$

2. 既知曲線の適用。

立体交叉で通常用いられる直線勾配は，与えられた最急勾配と乗越高に対して，水平距離が一番短くなるから盛土量が少く最も経済的と云える。然しながらＡ点及びＣ点で激しい衝撃を受け，その上前方の見透しも悪いから高速車輌の運行には不都合である。この欠点を取り除く為に円曲線または放物線を挿入することが考えられており，その除衝撃緩和のため遠心力を車の速力 v に応じて一定値 α_0 以下におさえなければならぬから $\rho_0 = \frac{v^2}{\alpha_0}$ なる式が成立すべきである。それでもなお円曲線や放物線ではその性質上衝撃を完全に除去することはできず，理論的にそれが可能なのはレムニスケート $\rho = \rho_0\sqrt{\sin\frac{2}{3}\theta_0} / \sqrt{\sin\frac{2}{3}\theta}$ やクロソイド $\rho = \rho_0\sqrt{\theta_0} / \sqrt{\theta}$ 等の様な所謂緩和曲線である。即ちこれ等の曲線に遠心力の加速度が一定値 τ_0 以下であると云う条件式 $\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{\rho^2}\right) \leq \frac{2\tau_0}{v^3}$ を適用して，最小半径を定むれば衝撃は起らない。従っていまは，代表的にクロソイドを立体交叉に用いるものとして計算を進めてみる。　$x_0 = \rho_0\sqrt{\theta_0}\int_0^{\theta_0} \frac{\cos\theta}{\sqrt{\theta}} d\theta \fallingdotseq 2\rho_0\theta_0$　　$y_0 = \rho_0\sqrt{\theta_0}\int_0^{\theta_0} \frac{\sin\theta}{\sqrt{\theta}} d\theta \fallingdotseq \frac{2}{3}\rho_0\theta_0^2$

となるから，これ等の式を(3)に代入して　$Y = 4\theta_0 (2\rho_0\theta_0 + \frac{2}{3}\rho_0\theta_0^2\theta_0)$　$\therefore \rho_0 = \frac{Y}{8\theta_0^2}$ --- (5)

を得る。(5)式において、Yなる乗越高は下部路線の建築限界や桁高等によって定まり、θ_0は許容し得る最急勾配Iによって定まるから、これ等の値を与えると最小半径ρ_0が求まる。然るに一方衝撃を完全に除去するためには $\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{\rho^2}\right)\frac{1}{\rho_0^2\theta_0} \leqq \frac{2\tau_0}{v^3}$ $\therefore \rho_0 \geqq \sqrt{\frac{v^3}{2\tau_0\theta_0}}$
なる条件が必要である。従って上式から求めたρ_0が(5)式の値よりも大きい場合には、$\theta_0=\sqrt{\frac{Y}{8\rho_0}}$ なる式で最急勾配の値を定めねばならなくなるが、これは当然許容限度よりも小さくなって水平距離が伸び盛土量が増大する。この様な矛盾は円曲線でも放物線でも今までによく知られている緩和曲線の全部に対しておこるから、この問題を解決するには例えば $\rho=\frac{K}{\sin^n\theta}$ や $\rho=\frac{K}{\theta^n}$ の様なもう1個の未知量を含む曲線を使用する以外に方法はない。

3. 新曲線の提案

いま一例として $\rho=\frac{\rho_0\sin^n\theta_0}{\sin^n\theta}$ なる曲線を採用してみる。

$$x=\int\rho\cos\theta\,d\theta \qquad \therefore\ x_0=\frac{1}{1-n}\rho_0\sin\theta_0$$

$$y=\int\rho\sin\theta\,d\theta \qquad \therefore\ y_0\fallingdotseq\frac{1}{2-n}\rho_0\sin^2\theta_0$$

これ等の値を(3)式に代入する。

$$Y\fallingdotseq\frac{4\rho_0}{1-n}\sin^2\theta_0\cos\theta_0 \quad ------(6)$$

また衝撃除去の条件式

$$\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{\rho^2}\right)=\frac{2n}{\rho_0^2\sin^{2n}\theta_0}\sin^{2n-1}\theta\cos\theta$$

において、この式の値は $\theta<\frac{\pi}{4}$ ではθが大きくなる程大きいからθ_0の時最大となる。故に $\rho_0=\sqrt{\frac{n v^3\cos\theta_0}{\tau_0\sin\theta_0}}$ ------- (7)

(6)(7)両式を連立に解いてρ_0及びnの値を求めると、盛土量が最小で而かも高速車輛の走行に適した理論的な縦断曲線が得られるはずである。そのために(7)式を(6)式に代入する。

$$n\fallingdotseq\frac{1}{\tau_0Y^2}\left\{(\tau_0Y^2+v^3\sin^3 2\theta_0)-\sqrt{v^3\sin^3 2\theta_0(2\tau_0Y^2+v^3\sin^3 2\theta_0)}\right\} \quad ------(8)$$

(8)式でnの値が算出されると、これを(7)式に入れてρ_0の値が求まる。従ってx_0及びy_0が計算できるから、(2)式より切線長T(4)式より水平距離Xが定まる。曲線長Lは(1)式から

$$L=\frac{4}{1-n}\rho_0\sin\theta_0\left\{1+\frac{1-n}{2(3-n)}\sin^2\theta_0+\frac{3(1-n)}{8(5-n)}\sin^4\theta_0+\cdots\cdots\right\}$$

となる。なおここでは衝撃除去の条件式から定まる最小半径を問題として取り上げたが、一般に縦断曲線の最小半径は安全視距やヘッドライトの到達距離等からも検討してみなければならない。後者の値が前者よりも大きい場合には(7)式の代りにその値を採用して(6)式に代入すればよろしい。