

Ⅲ-40 雨量分布とその年最大値の分布について

京都大学防災研究所 正負 角屋 睦

確率水文量の推測に際し通常年最大値データを扱うことが多いが、これに対し他の年の最大値より大きくとも年最大値でないばかりに無視されるデータがあるのは不合理ではないか等々の論議もある。本研究はこの種の問題に理論的な解明を試みたものである。

1. 全雨量分布、年最大雨量分布

事象を数学的にモデル化して考察すると、全雨量の分布形は指数型分布で近似できることが証明できる。すなわち w (mm) 以上の全雨量分布の実用形式として次式を提示する。

$$\text{case I} \quad F(x) = 1 - \exp[-\alpha(x-w)], \quad \dots\dots\dots \text{指数分布} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{case II} \quad F(x) = 1 - \left(\frac{x+b}{w+b}\right)^{-\alpha} \quad \dots\dots\dots \text{双曲線型指数分布} \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式中 α , α , w , b は常数。全雨量分布がこのような形式で示される場合、その年最大値の分布を誘導すると漸近的に次式が得られる。

$$P(x) = \exp(-e^{-x})$$

$$\text{case I} \quad \xi = \alpha(x-x_0), \quad \dots\dots\dots \text{Gumbel 分布} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{case II} \quad \xi = \alpha \log \frac{x+b}{x_0+b} = \alpha \log \frac{x+b}{x_0+b}, \quad \dots\dots\dots \text{対数極値分布 A 型} \quad \dots\dots\dots (4)$$

上式において常数 α または α , b は (1), (2) 式と同値, x_0 と w の間にはつぎの関係が成立する。すなわち w 以上の値の年間平均生起度数を r として

$$\text{case I} \quad x_0 = w + \frac{1}{\alpha} \log r = w + \frac{1}{\alpha} \log r \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{case II} \quad \log(x_0+b) = \log(w+b) + \frac{1}{\alpha} \log r \quad \dots\dots\dots (6)$$

2. 確率雨量(水文量)の定義

単位期間(1年)に t 回起るような値は $1-F(x) = t/r$ とおけば求まる。

$$\text{case I} \quad x = w + \frac{1}{\alpha} \log \frac{r}{t} = x_0 - \frac{1}{\alpha} \log t \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{case II} \quad \log(x+b) = \log(w+b) + \frac{1}{\alpha} \log \frac{r}{t} = \log(x_0+b) - \frac{1}{\alpha} \log t$$

上式は x_0 が既知, すなわち w 以上全雨量データしかつてその分布が未知でも、年最大値分布よりこれらが推測できることを示している。 $t \leq 1$ の場合には $T = 1/t$ とおくと

$$\text{case I} \quad x = x_0 + \frac{1}{\alpha} \log T = x_0 + \frac{1}{\alpha} \log T$$

$$\text{case II} \quad \log(x+b) = \log(x_0+b) + \frac{1}{\alpha} \log T \\ = \log(x_0+b) + \frac{1}{\alpha} \log T \quad \dots\dots\dots (8)$$

一方年最大値の分布よりいわゆる T 年確率雨量を推測するには

$$\text{case I} \quad x = x_0 + \frac{1}{\alpha} \xi$$

$$\text{case II} \quad \log(x+b) = \log(x_0+b) + \frac{1}{\alpha} \xi \quad \dots\dots\dots (9)$$

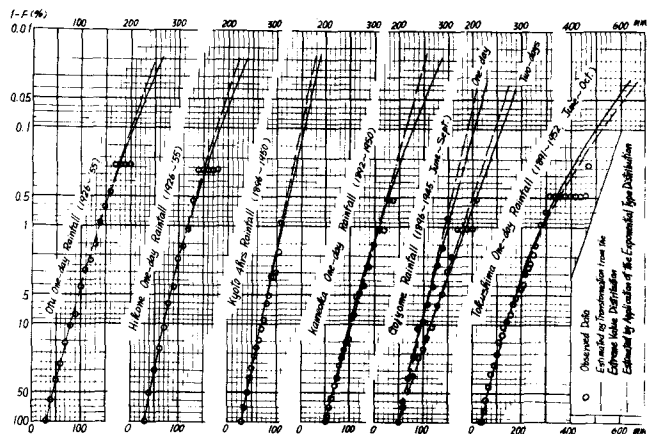


図 1. w 以上全雨量分布の推測例

したがって両者の差は $\lg T$ と γ との差によるものであるが、 $T \gg 1$ ならば $\gamma = -\lg(\lg T) \approx \lg T - \frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma} \dots$ したがって $T > 10$ ならば実用上まず $\gamma \approx \lg T$ とみて大差ない。分布形の近似性、漸近性などを考慮すると必ずしも決定的な表現とはいえないが、実用上 (7), (8) 式と (9) 式の示す確率または度数差が年に2度以上起る値の確率または度数を示すことになる。そこでつぎのような定義も提案する。

も回確率雨量(水文量)

(7), (8) 式

丁年 " "

(9) 式

実際に W 以上の値を扱って得られる結果と年最大値を扱った結果との間に若干の差がありうることは当然予想されるが、図1, 2 (良例), 図3, 4 (不良例) にみられるように実用上大差はないようである。

3. 利用法

水工計画にも回, 丁年確率雨量のいずれを採用すべきかは経済効果の問題に関連した研究課題である。表1は年最大雨量処理結果より100年当り豪雨の生起度数を求めた1例である。

表1. 彦根における豪雨生起度数(100年当り)の推測

回数種別 日雨量 mm/day	正 常 値			異 常 値		
	総度数	利位度数	才位以下	総度数	才位度数	才位以下
250 以上	0.22	0.22		1	1	
200	0.76	0.76		2	2	
180	1.36	1.36		2	2	
160	2.57	2.54	0.03	4	4	
150	3.66	3.60	0.06	5	5	
140	5.24	5.10	0.14	6	6	
130	7.7	7.5	0.2	9	9	
120	11.6	11.0	0.6	13	13	
110	18.1	16.6	1.5	19	18	1

(註) 異常値の生起度数は0.1以上を切り上げた。基本推測式は $\log(x+30) = \log 10^7 + 0.157 \log x$, $\log(x+30) = \log 10^7 + 0.0685$

本研究に際し石原廉次郎教授と菅野正とる道路排水に関する総合的研究34年度研究費の一部援助を受け、石原孝雄助教授に有益な助言を受けたことを記し、謝意を表す。

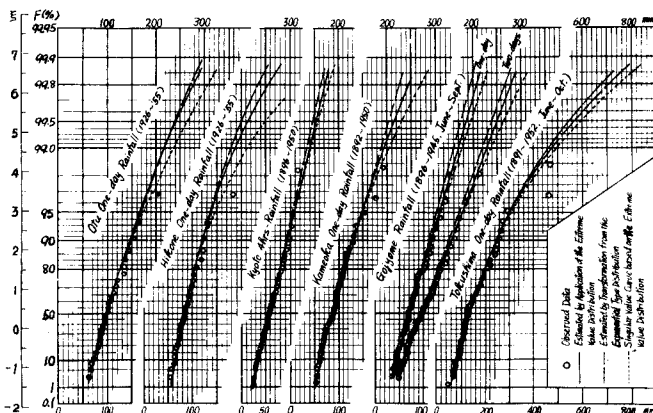


図2. 年最大雨量分布の推測例

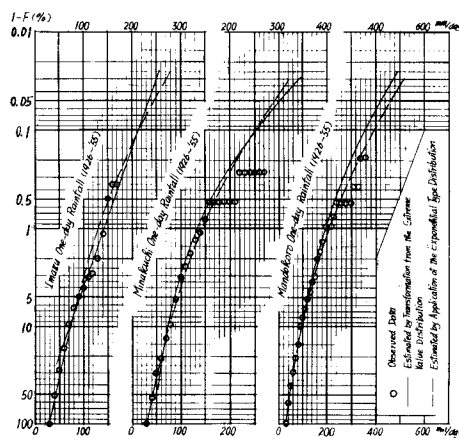


図3. W 以上全雨量分布の推測例(不良例)

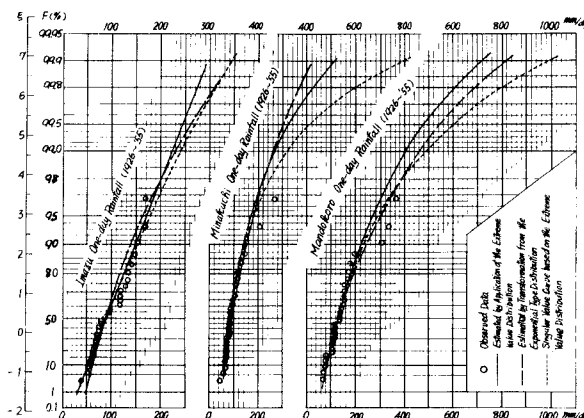


図4. 年最大雨量分布の推測例(不良例)