

Ⅲ-39 関東諸河川の流出特性について

都立大学工学部 正員 丸井 信雄

1. 一般式

流量観測地を $x=0$ とし上流に向つて x をとり x 軸上の降雨は偶然的に累加されて分散する結果 $x=0$ 点に於ける流量となつて現れるとする。水量が x 軸上に分布する分布を $\Phi(x, t)$ とすれば、 t ; 時間 $m = \text{const} > 0$ $\sigma = \text{const} > 0$ として

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = m \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \quad (1)$$

となり、 $x=0$ に於ける流量 Q は

$$Q = -\frac{d}{dt} \int_0^{\infty} \Phi \cdot dx = - \left[m\Phi + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right]_{x=0}^{x=\infty} \quad (2)$$

今 $t=\tau$ 時刻に $x=\xi$ に於て $I(\tau) \cdot f(\xi)$ なる強度の降雨が $\xi=(0 \sim \infty)$, $\tau=(0 \sim \infty)$ なる範囲に分布して有ると

$$Q = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\frac{m}{\sigma} \sqrt{t-\tau} + \frac{\xi}{\sigma \sqrt{t-\tau}}}{2\sqrt{2\pi} \cdot (t-\tau)} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{m}{\sigma} \sqrt{t-\tau} + \frac{\xi}{\sigma \sqrt{t-\tau}} \right)^2} f(\xi) I(\tau) d\xi d\tau \quad (3)$$

となる。

2. 流出関数

(3) 式を実際について計算するためには流域の一地点の流量観測点からの距離 x を平面図上で直線的に測るものとし、 $f(\xi) \cdot I(\tau)$ が一定と見られる区間に分けて区積分を行ふ。更に降雨が T 時間一定の強度 I_f で流域全体に一様に降るものとすれば

$$Q = \sum_x Q_x = \sum_f I_f \int_{\tau_f}^{\tau_f+T} \int_0^{\infty} \frac{\frac{m}{\sigma} \sqrt{t-\tau} + \frac{\xi}{\sigma \sqrt{t-\tau}}}{2\sqrt{2\pi} (t-\tau)} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{m}{\sigma} \sqrt{t-\tau} + \frac{\xi}{\sigma \sqrt{t-\tau}} \right)^2} f(\xi) d\xi d\tau \quad (4)$$

Q_x が単位図を表わす流出関数であつて、 $f(\xi) d\xi$ は流量観測地点からの距離 ξ と $\xi+d\xi$ の間に含まれる部分の面積である。流域を $f(\xi)=\text{一定}$ と見なされる区分に分割し区間 (ξ_i, ξ_{i+1}) の $f(\xi)$ の平均値を $f(\xi_{i0})$ とすれば単位図 Q_u は、 $\theta = t/T$ とおいて

$$\begin{aligned} Q_u = I \sigma \sqrt{T} \sum_i f(\xi_{i0}) & \left\{ \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T\theta} + \frac{\xi_i}{\sigma \sqrt{T}} \right) \Phi \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T\theta} + \frac{\xi_i}{\sigma \sqrt{T}} \right) \right. \\ & - \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T\theta} + \frac{\xi_{i+1}}{\sigma \sqrt{T}} \right) \Phi \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T\theta} + \frac{\xi_{i+1}}{\sigma \sqrt{T}} \right) \\ & + \sqrt{T} \Phi \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T\theta} + \frac{\xi_i}{\sigma \sqrt{T}} \right) - \sqrt{T} \Phi \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T\theta} + \frac{\xi_{i+1}}{\sigma \sqrt{T}} \right) \Big\} \\ & - \left\{ \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T(\theta-1)} + \frac{\xi_i}{\sigma \sqrt{T}} \right) \Phi \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T(\theta-1)} + \frac{\xi_i}{\sigma \sqrt{T}} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T}(\theta-1) + \frac{\xi_{i+1}}{\sigma \sqrt{T}} \right) \Phi \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T} \sqrt{\theta-1} + \frac{\xi_{i+1}}{\sigma \sqrt{T} \sqrt{\theta-1}} \right) \\ & + \sqrt{\theta-1} \Phi \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T} \sqrt{\theta-1} + \frac{\xi_i}{\sigma \sqrt{T} \sqrt{\theta-1}} \right) - \sqrt{\theta-1} \Phi \left(-\frac{m}{\sigma} \sqrt{T} \sqrt{\theta-1} + \frac{\xi_{i+1}}{\sigma \sqrt{T} \sqrt{\theta-1}} \right) \} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2} du$, $\Phi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2}$, $\theta = \frac{t}{T} > 1$ (6)

3. 流域特性と流出特性

流域特性とは降雨に直接には無関係な流域の地形的及び地質的特性を指すものとし、その面積、形状、勾配、地質等が与えられる。この理論に於ては

(1) 流域面積; $A = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \cdot d\xi$

(2) 形状; $f(\xi)$

として考慮される。流出特性とはこの理論に於ける流出に関する平均速度を表わす定数 m と分散速度を表わす定数 σ とを指すもので、これは降雨には無関係であるとしてあり流域の面積及び形状にも関係ないとし、流域勾配、地質等に関係するものと考えられる。

流域の勾配については種々の表わし方があるがここでは次の様に定義する。流域の微小部分の面積を ΔA 、その流量観測地奥との標高差を R 、流量観測地奥からの直線距離を r として

$$S = \frac{\sum (R/r) \cdot \Delta A}{\sum \Delta A} \quad (7)$$

で表わされる S を流域の平均勾配とする。

関東地方の二三の河川についてしらべると山地部については S の値は r による変化が少なく、これが流出特性 m または σ に影響するとしても m , σ が χ に無関係と仮定することに大きな誤りがないと考えられる。

4. 簡畧式

上の(5)式を更に簡畧にするためには、 $f(\xi)$ が $(\xi_0, \xi_0 + \Delta\xi)$ なる区間で一定であると見なし

$$f_0 \cdot \Delta\xi = \int_{\xi_0}^{\xi_0 + \Delta\xi} f(\xi) d\xi \quad (8)$$

とする。実際の河川について ξ_0 及び $\Delta\xi$ を選ぶには次の様にするのがよさそうである。

$$\int_0^{\bar{\xi}} f(\xi) d\xi = \frac{1}{2} \int_0^{\bar{\xi}} f(\xi) d\xi, \quad \xi_0 = \frac{1}{2} \bar{\xi}, \quad \Delta\xi = \bar{\xi} \quad (9)$$

この場合 Q_u は $\bar{\xi}$ の必要がなくなる。(式省略)。計算は関東地方建設局から頂いた昭和33年昭和34年の高水報告書の資料による。諸河川の特性及び近似度に就いては講演時に発表。

本研究は昭和35年度文部省科学研究費(各個研究)の援助により行われたものであることを附記して謝意を表わし度い。

