

III-37 流域表層近傍における雨水流の水利機構

京都大学工学部 正員 石原藤次郎
 京都大学防災研究所 正員 高 棹 琢 馬
 京都大学大学院 正員 岸 本 貞 男

さきにわれわれは、山地における雨水の流出過程、とくに豪雨にもとづく流出現象は、流域表面を覆っている porous な表層の存在によって著るしく影響をうけることを指摘し、

その効果は表面流の発生領域あるいは集水域の変化過程で一般化されることを明らかにした。本研究は、表層内の側方流れについてさらに詳細な理論的、実験的な検討を行なって表層近傍の水利現象を明らかにするとともに、そうした機構の流出過程において占める意義あるいは効果について一層の明確化を計ったものである。

1. 表層内側方流れの基礎方程式； 表層内での水利現象はさきわめて複雑であるが、その機構は不飽和的な水の移動と土壤空隙を満たして移動する飽和的な水の移動の二つに大別でき、前者は毛管力と重力によって支配され、後者は主として重力のみによって支配されるものと考えてよい。降雨が始まると、雨水は表層表面からほぼ鉛直下方に不飽和的に浸透して表層底のかなり緻密な漸移帯に到達し、下部から飽和され、飽和部で側方流れが発生する。側方流れの発生後ある時刻の状態を模型的に示したものが図-1 であるが、図で D は表層厚で一定、 H は側方流れの水深、 $\sin \theta$ は勾配、

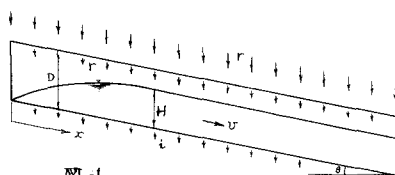


図-1

r は降雨強度、 i は表層から下層への浸透能、 x は斜面上流端から下流方向への距離である、 x 方向の平均流速を v とし、流れが Darcy 則に従うとすれば、側方流れの運動方程式は

$$v = -k \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin \theta \right) \quad (1) \quad \text{で表わされ、} k \text{ は透水係数である。}$$

不飽和部における含水比あるいは飽和度は Bodman および Colman の実験結果から降雨条件にかかわらず一定であると考えてよいから、不飽和部の有効空隙率 σ (表層に対する空隙の容積比) を一定とし、かつ σ が一定であるところから不飽和部での雨水の移動時間を無視すれば、側方流れの表面には $r_e = (r - i)$ が保給されることになって、連続条件は

$$\sigma \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (vH) = r_e \quad (2) \quad \text{で与えられることになる。 (1) および (2) 式から}$$

側方流れの基礎方程式として $H \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \sin \theta \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\sigma}{k} \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{r_e}{k} \quad (3)$

が得られる。これは、側方流れが拡散効果を含む流れであることを示している。

2. 基礎方程式の解； (1) 第1近似解； 基礎方程式の(3)式は、非線型であるから厳密な解析解は得られない。そこで、拡散項を無視した第1近似解 H_1 を求めると、特性曲線法の理論から $x - x' = \frac{\sigma}{k} \sin \theta (t - \tau) \quad (4)$ の上で、水深 H_1 は

$$H_1 = \frac{1}{\sigma} \int_{\tau}^t r_e dt + H_1(x', \tau) \quad \text{あるいは} \quad H_1 = \frac{1}{k \sin \theta} \int_x^x r_e dx + H_1(x', \tau) \quad (5)$$

で表わされる。ここに、 x', τ は特性曲線の出発する場所的、時間的位置を示し、 $H_1(x', \tau)$ は x', τ における境界および初期水深である。

(2) 第2近似解： 第1近似解は表層内側方流れの挙動をかなり正確に表わすと考えられるが、側方流れの水面の微細な変化が表面流発生領域と密接に関係するから、ここで拡散項を考慮した第2近似解を求めよう。第2近似解を H_2 とし $H_2 = H_1 + h$ ----- (6)

で表わすことにする。(6)式を(5)式に入れ、 $H_1 \gg h$ とすれば、 h について

$$h \frac{\partial^2}{\partial x^2} (H_1 + h) - \sin \theta \frac{\partial}{\partial x} (H_1 + h) - \frac{r}{k} \frac{\partial}{\partial t} (H_1 + h) = -\frac{r_e}{k} \text{ ----- (7)}$$

の關係が成立し、これから h を求めれば H_1 と合わせて H_2 が求められる。ここでは、拡散項の効果を見る

ために、 r_e を一定、 $H(x, t) = 0$ として取り扱った結果を述べておこう。このときには、(4)式で規制される擾乱および非擾乱それぞれの領域で、(5)式から

擾乱領域： $\frac{\partial^2 h_d}{\partial x^2} = \frac{r_e}{k \sin \theta}$ 、 $\frac{\partial h_d}{\partial t} = 0$ 、 $\frac{\partial r_d}{\partial t} \approx 0$ 、非擾乱領域： $\frac{\partial^2 h_u}{\partial x^2} = 0$ 、 $\frac{\partial h_u}{\partial t} = \frac{r_e}{k}$ 、 $\frac{\partial r_u}{\partial t} \approx 0$ ----- (8)

の關係が得られる。添字 d および u はそれぞれ擾乱および非擾乱領域の諸量を示す。
(a) 擾乱領域： (8)式の關係を(7)式に入れれば、 h_d について $\frac{\partial^2 h_d}{\partial x^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial r_d}{\partial x} = 0$ ----- (9)

の關係が得られる。ここに、 $a = \frac{r_e}{k(\sin \theta)^2}$ である。(9)式を積分すれば $h_d = \frac{a}{1+a} a_1(t) x^{\frac{1}{2}+1} + a_2(t)$ ----- (10) が得られる。ここに、 $a_1(t)$ および $a_2(t)$ は境界条件で決まる時間の関数で、 $a_2(t)$ は $x=0$ のとき $h_d=0$ の關係から 0 である。 $a_1(t)$ はつぎの非擾乱領域における境界条件との接続によって決められる。

(b) 非擾乱領域： (8)式の關係を(7)式に入れれば、 h_u について $\frac{\partial^2 h_u}{\partial x^2} - \frac{1}{b} \frac{\partial r_u}{\partial t} = 0$ ----- (11)

の關係が得られ、 $dT = dt$ の変換をすれば $\frac{\partial^2 h_u}{\partial x^2} - \frac{1}{b} \frac{\partial r_u}{\partial T} = 0$ ----- (12) となる。ここに、 $x_u = x - k \sin \theta \cdot t$ 、 $b = \frac{k r_e}{\gamma^2}$ である。(12)式をラプラス変換すれば、 $b \frac{\partial^2 \bar{h}_u}{\partial x^2} = S \bar{r}_u$ ----- (13) となり、 $\bar{h}_u$ は変換後の値を示す。境界条件として $(h_u)_{x_u=0} = \mu T^{\frac{1}{2}}$ $T > 0$ ----- (14) を与えれば $(h_u)_{x_u=0}$ はラプラス変換後、 $(\bar{h}_u)_{x_u=0} = \frac{\mu \sqrt{\pi}}{2 \sqrt{S}}$ $T > 0$ ----- (15) となり、 μ は定数である。さらに $\bar{h}_u$ が $x_u = \infty$ で 0 に近づくという境界条件を与えれば

$$\bar{h}_u = \frac{\mu \sqrt{\pi}}{2 \sqrt{S}} e^{-\beta x_u} \text{ ----- (16)}$$

となり、 $\beta = \sqrt{S}$ である。(16)式を逆変換すれば、結局 h_u は

$$h_u = \mu T^{\frac{1}{2}} \{ e^{\eta^2} - \sqrt{\pi} \eta \operatorname{erfc} \eta \} \text{ ----- (17)}$$

で表わされることになる。ここに $\eta = \frac{x_u}{2 \sqrt{bT}}$ 、 $\operatorname{erfc} \eta = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-\eta'^2} d\eta'$ である。つぎに、(10)式の $a_1(t)$ および(17)式の μ は

$$(h_d)_{x_u=0} = (h_u)_{x_u=0} \text{ ----- (18)}$$

と、擾乱部と非擾乱部の水面形が連続的に変化するという $(\frac{\partial h_d}{\partial x})_{x_u=0} = (\frac{\partial h_u}{\partial x})_{x_u=0}$ ----- (19) の關係とから

$$\mu = -2a \sqrt{b} r_e / \{ (1+a) \sqrt{b} + a \sqrt{\pi} \sin \theta \} \text{ ----- (20)}$$

で与えられる。なお境界条件として、 μ を定数として(14)式を仮定したが、(20)式から、その妥当性は明らかである。図-2 は(3)式を $x_0 = \frac{r_e}{\gamma}$ 、 $t_0 = \frac{r_e}{g}$ 、 $H_0 = \frac{r_e}{g}$ と無次元化し、 $\gamma = 0.2$ 、 $r_e = 20 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ 、 $k = 4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ 、 $D = 20 \text{ cm}$ 、 $L = 100 \text{ m}$ として算出した一例であり、破線は第1近似解、

実線は第2近似解である。 r_e が一定でない場合の理論的検討、初期保水状態の効果、さらにはこうした表層附近の

水理機構の雨水の流出過程において占める意義などの詳細については、実験結果とも合わせて講演時に述べるつもりである。

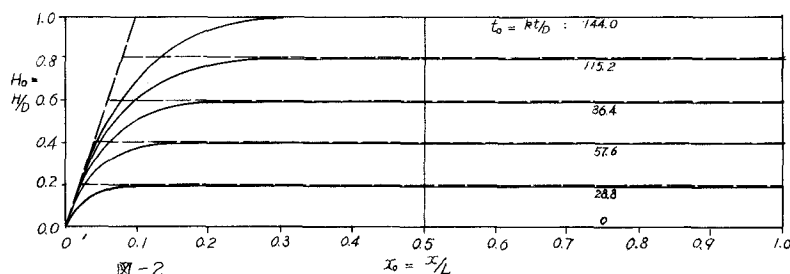


図-2