

III-30 急変断面開水路におけるサージの変形について

大阪大学・工学部

正員 田中 清

同

正員 室田 明

同 大学院

正員 O 和田 明

1. 開水路に断面急変部を有する時のサージの反射・通過の割合は、波が正弦的である場合には、急変部分での境界条件を適当にあてはめることによって求められる。所が入射サージが正弦的波形を有せず任意の波形の場合には、これを各々の elementary 波に分解すると反射波の形状が違ったものになるものと思われる。そこでこの入射波形を Fourier 積分で表わし、入射波の波長と急変部断面部分の長さによって反射波の受ける影響がどのように変るかを検討を試みる。

2. 次に Fig. 1 の如く部分的に三つの断面急変部がある時、I 断面を進行してきたサージが II 断面を通過して III 断面へと進行する場合について考える。この際、各断面での波は正弦的な波形で示されるものとする。I-I 断面での入射波及び反射波は、それぞれ

$$(\eta_t)_1 = a_1 e^{i\sigma(t - \frac{x}{c_1})}, \quad (\eta_r)_1 = b_1 e^{i\sigma(t + \frac{x}{c_1})}$$

また、断面 II での通過波及び反射波は、

$$(\eta_t)_2 = a_2 e^{i\sigma(t - \frac{x-x_1}{c_2})}, \quad (\eta_r)_2 = b_2 e^{i\sigma(t + \frac{x-x_1}{c_2})}$$

III 断面へ移行していく波は、
 $(\eta_t)_3 = a_3 e^{i\sigma(t - \frac{x-x_1-L}{c_3})}$ で表わされるものとする。この場合、 $x = x_1$ と $x = x_1 + L$ の境界面において、次の二つの条件から、入射波 $(\eta_t)_1$ と反射波 $(\eta_r)_1$ 及び通過波 $(\eta_t)_3$ の関係が得られる。(1) 境界面の両側での圧力が等しい。(2) 断面急変部で、質量保存則が成立する。条件式(1)と(2)を適用して、入射波と反射波との関係式は次のようになる。

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{\left[\left(\frac{A_1}{c_1} + \frac{A_2}{c_2} \right) \left(\frac{A_2}{c_2} - \frac{A_3}{c_3} \right) + \left(\frac{A_1}{c_1} - \frac{A_2}{c_2} \right) \left(\frac{A_2}{c_2} + \frac{A_3}{c_3} \right) e^{i2\sigma \frac{L}{c_2}} \right] e^{-i2\sigma \frac{x_1}{c_1}}}{\left(\frac{A_1}{c_1} - \frac{A_2}{c_2} \right) \left(\frac{A_2}{c_2} - \frac{A_3}{c_3} \right) + \left(\frac{A_1}{c_1} + \frac{A_2}{c_2} \right) \left(\frac{A_2}{c_2} + \frac{A_3}{c_3} \right) e^{i2\sigma \frac{L}{c_2}}}$$

$$= R + jS$$

(1)

ところが、入射波が正弦的なものではなく任意な波形——例えば孤立的な波形——を有する場合には、このような非周期的な波形を連続的に異なる周期を有する正弦波成分の集まりとみなして、入射波を Fourier 積分でもって表わして各 elementary の正弦波の反射量が(1)式から求められるので、この反射係数を乗じて再び積分すれば良いわけである。

一般的に、入射波の波形を

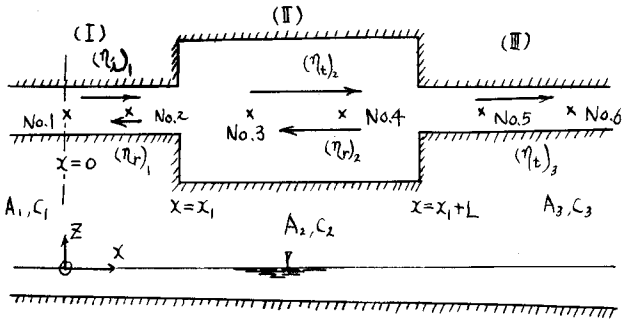


Fig. 1. Transmission of surge across two boundaries.

$(\eta)_1 = f(t - \frac{x}{c_1})$ とおく。Fourier の定理により

$$\eta = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\sigma \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \cos \sigma (t - \frac{x}{c_1} - \xi) d\xi \quad (2)$$

なるから、 $(\eta)_1 = A_1 e^{j\sigma(t - \frac{x}{c_1})}$ の実数部分を (2) 式で表わされる積分の各々の elementary の $\cos \sigma (t - \frac{x}{c_1} - \xi)$ に相当せしめる。従つて、I-I 断面での反射の elementary 正弦波の振幅 B_1 は、(1) の右辺、すなわち、 $\frac{b_1}{a_1} = R + jS$ を集じたものとなる。

従つて、これらの反射 elementary 正弦波を合成すると、反射率は、

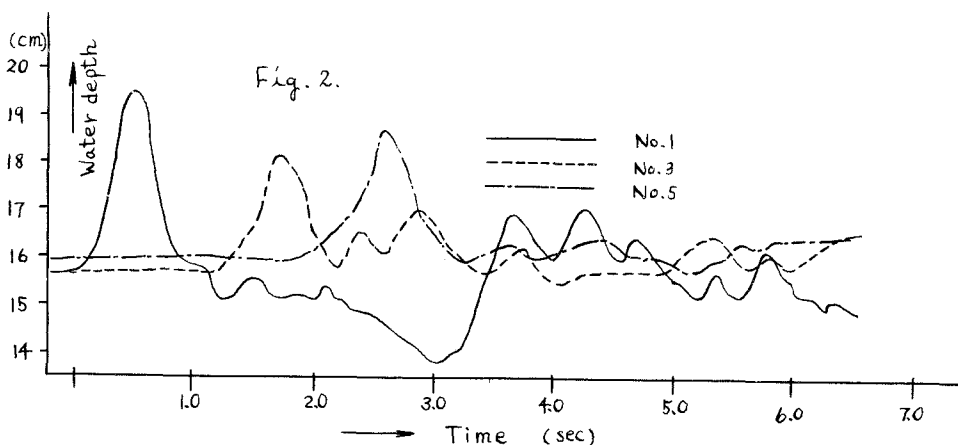
$$\frac{B_1}{A_1} = R \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (R + jS) d\sigma \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) e^{j\sigma(\varepsilon - \xi)} d\xi \quad (3)$$

となる。たゞし、 $\varepsilon = t - \frac{x}{c_1}$ で、 R は、その右にある量の実数部分を示す。この場合、入射波形 $f(\xi)$ が、前後対称形を有する場合、すなわち、 $f(\xi)$ が偶函数なる時は、(3) 式は更に簡単化され、次の如くなる。

$$\frac{B_1}{A_1} = R \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (R + jS) e^{j\sigma\varepsilon} d\sigma \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \cos \sigma \xi d\xi \quad (4)$$

なお、上式から、色々の波長を有する入射波形 $f(\xi)$ を、I-I 断面へ入射させた時、(4) 式で示される。反射率と波長と振幅部分の長さの比、すなわち、 L/λ との関係、および、(1) 式中の実数部分 R 、虚数部分 S と L/λ との関係、更に、振幅部分内での Energy loss 等については、講演の際報告する。Fig. 2 は、巾 15 cm、長さ 40 m の直角直線水路の途中に、水路巾 35 cm、長さ 104 cm の急拡部断面を設置して、I-I 断面へ孤立的波形を送った場合の各断面内での波形を示す。この場合の静水深は、15.7 cm、孤立波形の波高は、3.75 cm、波長 $\lambda = 138$ cm、伝播速度 $C_1 = 138$ cm/sec である。(4) 式の積分を可能ならしめるために、 $f(\xi)$ を、上記の場合に対して、近似的に定めると次の如くなる。

$$f(\xi) = 7.653 e^{-0.0259\xi} - 3.903 e^{-0.05\xi}$$



最後に、実験およびデータ整理に協力された、大学院 劉 世輝 氏、阪大工学部学生、大曲哲夫氏 (現在、電源開発) に感謝する次第である。