

III-27 土砂をふくむ流れの塑性粘度について

京都大学防災研究所 正員 大同淳之

土砂をふくむ流れにおいて、粒子が細かく、かつ高濃度の場合には、乱れが消失して、あたかも油を流したような滑らかな流動が生じる。われわれの実験の例によれば、最大粒径 0.15 mm 、 $d_{50} = 0.0088 \text{ mm}$ の粘度を用いた場合、濃度が 300 gr/Liter と越えると、この現象が見られた。濃度分布はほとんど一様とみなされ、粒子は粒子相互間の干渉によって流体中に保持され、乱れによる拡散を必要としない。このような現象のもとで、測定された流速分布の1例を図-1に示す。图中 a より上は速度勾配と相せず、底から a までの流動層の上をただ一体となって移動しているだけにすぎないと考えることができる。このような流れは粒子と流体の均一な混合体とみて、非ニュートン流体として取扱うのが妥当と思はれる。すなわち、せん断応力がある降伏値 τ_0 と越えたときにはじめて流体間にずれが起り、流動がはじまるとみなすことができる。このような流れに対しては、一種の理想的塑性流体であるビンガム流体として十分とりあつがえるであろう。

すなわち、ビンガム流体では、ずり速度と応力の関係は次式であらわされる。

$$-\frac{du}{dy} = \frac{\tau - \tau_0}{\mu_B} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 τ_0 は流動のはじまる降伏値、 μ_B は塑性粘度とあらはす。開水路の場合、二断面間のつりあいから、流れと二次元、等流と考えると、 y を水面よりの深さ、 h を流れの深さとした場合、次式が成立する。

$$\frac{y}{h} = \frac{\tau}{\tau_0} \quad \tau_0 = f g h I \quad \text{----- (2)}$$

(1)に(2)の関係を入れて積分すると

$$u = \frac{h \tau_0}{\mu_B} \left(\frac{1 - 2a + 2ay' - y'^2}{2a} \right) \quad \text{----- (3)}$$

ここに、 $a = y_0/h = \tau_0/\tau_0$ 、 $y' = y/h = \tau/\tau_0$ である
非流動層の流速は、(3)で $a = y'$ とおくことにより

$$u_a = \frac{h \tau_0}{\mu_B} \frac{(1-a)^2}{2a} \quad \text{----- (4)}$$

平均流速は

$$u_m = \frac{1}{h} \left\{ \int_{y_0}^h u \cdot dy + u_a \cdot y_0 \right\} = \frac{h \tau_0}{\mu_B} \alpha, \quad \alpha = \frac{a^3 - 3a + 2}{6a} \quad \text{----- (5)}$$

となる。(2)式より $I = \frac{\tau_0}{f g h} = \frac{3 u_m \frac{\mu_B}{(3\alpha a)}}{f g h^2} \quad \text{----- (6)}$

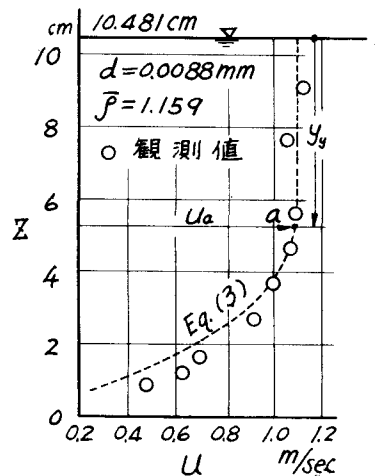


図-1 流速分布

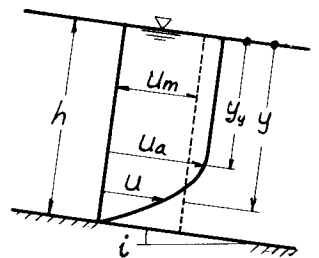


図-2 記号

となり, $\mu_B/(3\alpha a) = \mu$ とおくと, 清澄な水の層流の抵抗法則と一致する。

一般に流れの抵抗法則は, 定常の場合次式で表される。

$$I = \frac{\lambda}{R} \frac{U^2}{2g} \quad \text{----- (7)}$$

ビンガム流体では, 平均流速が等しくても, 降伏値 τ_y , 塑性粘度 μ_B が異なると, 速度分布が異なり, したがって壁面の速度勾配, すなわち壁面せん断応力が異なるために, 摩擦抵抗は異なった値を示す。平均流速と摩擦抵抗は一義的に定まらない。

(7)式で摩擦抵抗を定義するためには, 流速として摩擦抵抗に直接関与する部分のみの流速で表さなければならない。ビンガム流体で摩擦抵抗に直接関与するものは, 壁面より y_0 までのせん断を受ける領域であるから, この部分の U^2 の平均値を(7)式の U^2 に用いる。すなわち, (7)式を拡張して, $I = \lambda^*/h \cdot U^2/2g$ (8) とし,

$$U^2 = \frac{1}{h} \int_{y_0}^h u \cdot dy = U_m^2 F(a) \quad F(a) = \frac{24}{5} \left\{ \frac{-5a + 10a^2 - 10a^3 + \frac{35}{8}a^4 - a^5}{(a^3 - 3a + 2)^2} \right\} \quad \text{----- (9)}$$

(8)と(9)より

$$\lambda^* = \frac{6 \left(\frac{\mu_B}{3\alpha a} \right)}{\int_0^h u_m \cdot F(a)} \quad \text{----- (10)} \quad \lambda^* = 6/Re \text{ の関係から} \quad Re = \frac{\int_0^h u_m F(a) (3\alpha a)}{\mu_B} \quad \text{----- (11)}$$

と表わす。以上は円流について求められたものであるが (10), (11)の λ^* , Re を用いるならば乱流の場合の抵抗法則もあらはせるものと思はれる。

以上の諸式を計算するためには, 流体の性質に応じて, 降伏値 τ_y , 塑性粘度 μ_B を知る必要がある。 τ_y を求めるには, 流速分布が実測されているときは, 速度一様となる突の shear を求めることによって得られる。 μ_B も同じように, 実測の流速と $(\tau - \tau_y)$ を図上に描き, その勾配から求めることができる。図-3は図の1の結果から $y = 5.23 \text{ cm}$ の突に τ_y が生じたものとして, それ以下の部分と描いた結果で,

(11)式の関係がこの流れに対して十分成立することと同時に示される。以上のようにして求めた数値で (3)式を計算した結果と図-1の突線を示す。

このような取扱は, 山間部に発生する泥流の流れ, あるいは浚渫ポンプの土砂輸送の場合に適用することができる。したがって, 土砂の濃度, 粒径, 混合状態等によって, τ_y , μ_B がどのような値を示すか調査することはここ上記の如き流れを取扱うのに有効である。われわれは開水路の実験と併行して, 内径 1.5 吋, 1.0 吋の円管でもって, 種々の濃度, 粒径について, τ_y , μ_B の特性を測定中である。

測定の結果は講演の際, 報告する予定である。本研究は京大防災研究所教授 矢野博士の御指導の下になされている

るので, ここに厚く感謝の意を表します。参考文献, E.L. McMILLEN: Simplified pressure-loss calculation for plastic flow, Chem. Eng. Progr. July, 1948., 富田幸雄; 非ニュートン流体の工学的取扱い 日本機械学会誌 昭35, 12.

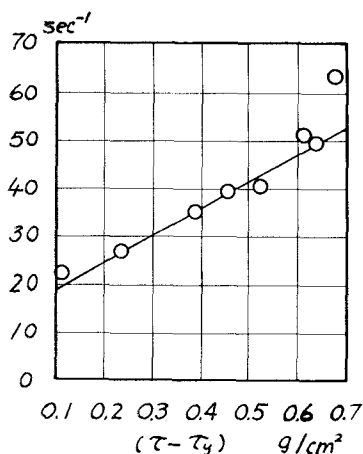


図-3 流動管の流速分布。