

III—17 急勾配開水路の摩擦抵抗係数について

北海道大学工学部 正眞 尾崎 晃

1. 水流の領域に関する考察

(i) 水流の領域の分類：開水路の水流はその本質的な面から見た場合、常流と射流に大別されるが、更にそれらは層流、遷移領域、乱流の三領域を有するので、流れは6通りに分けられる。しかし以上の分類は、いづれもそれらの状態が確立されて一定になった場合について考えたものである。たとえば常流で乱流という場合は $\frac{V}{\sqrt{gR}} < 1.0$ で、水深全体にわたって乱流であることを意味し、射流で層流という場合には $\frac{V}{\sqrt{gR}} > 1.0$ で、水深全部にわたって層流であることを意味している。しかし静止していた貯水池の水が急に余水路へ流入するような場合、余水路の始末からしばらくの間は、上記の分類のいづれかで表わされるような一定の状態とはならず、連続的に上記の各分類に示す状態のいくつかを示しつつやがて水路勾配、流量に応じた最終的な一つの状態へと漸進してゆく。ここに言う急勾配水路とは勾配が、水平に対して $30^\circ, 60^\circ$ というような急斜面を持つ場合であって、少なくとも $\alpha \cong 0.1$ ($\alpha \cong 5^\circ 40'$) 以上のものを考えているが、場合によっては $\alpha \cong 0.03$ ($\alpha = 1^\circ 44'$) 程度以上も急勾配ということもある。貯水池又は大水槽から、これらの水路へ水が流れ出す場合には、水路始末からしばらくの間において、次の4つの状態が順々に現われる。先づ $\alpha \cong 0.03$ 以上の勾配の水路においては $F > 1.0$ であって、流れはすべて射流の領域にあり、更にそれを次のように区分できる。

- (a) 主流部 (potential core) と呼ばれる部分と、境界層部分とが共存している領域。この境界層にも層流と乱流とがあり、又この領域の大きさは主として水路表面の粗度、および水路幅と水深との比 b/B の関係によって決定される。
- (b) 臨界点 (critical point) を境として主流部が消滅する。その前後を含む比較的短い領域で、一種の遷移区間とも云える。
- (c) この領域が終わった後、水深全部が境界層と類似の状態になった領域。この場合にはもつ本来の意味における境界層という言葉は用いられないが、その流速分布は境界層内の形とよく類似している。
- (d) 空気連行現象の発生する領域 (air entrained flow)。臨界点を過ぎたあとは内部の turbulence が直接水面に現われるので、実際の大きな水路においては空気の混入が格段より真白い流れとなる。しかしふつうに用いられる規模の模型水路においては、流速が小さく、したがって渦乱の強さも小さいので白い流れは発生しない。

以上の4通りの分類が、後の研究を進める上に便利と考える。今便宜上、最初の(a)領域を 'skin friction flow', (c)領域を 'internal friction flow' と呼ぶ。

ii) 抵抗係数 C_f (local skin friction coefficient) の定義
抵抗係数 C_f は

$$\tau_0 = C_f \frac{\rho U_0^2}{2} \quad \text{----- (1)}$$

によつて定義される値である。本来この式は境界層に対して適用されたのであつて、この場合、 U_0 は境界層外の主流の流速を表わす。前項の(a)領域に対しては(1)式を使用することができる。すなわち *skin friction flow* では水路表面における摩擦応力 τ_0 は水路勾配とは全く無関係であつて、*unconfined flow* の場合と同じことになる。(c)の *internal friction flow* 領域では主流部が存在しないので、(a)領域の U_0 に相当するものがなくなる。この場合に対しても C_f の定義として、(1)式と同形を用いるものとすれば、 U_0 の代りに全水深に対する平均流速 U_m を用いて

$$\tau_0 = C_f \frac{\rho U_m^2}{2} \quad \text{----- (2)}$$

又、 U_0 の代りに断面内の最大流速 U_{max} を用いるとすれば

$$\tau_0 = C_f \frac{\rho U_{max}^2}{2} \quad \text{----- (3)}$$

と表わされ、定義の方法によつて C_f の内容はそれぞれ変つてくる。したがつて以上の3式のどれを用いるかを最初に決めておかななくては、單にこの形の式から C_f を求めても他のデータと比較はできない。従来開水路の奔速流に対しては摩擦抵抗を表わすのに

$$\tau_0 = \rho g R' \quad (\text{ただし } R \text{ は径深, } \delta \text{ は水路勾配}) \quad \text{----- (4)}$$

が用いられてきた。これと(2)式から

$$C_f = \frac{2gR\delta}{U_m^2} \quad \text{----- (5)}$$

となる。現在までの開水路射流に就する研究においては、 C_f に対しては(5)式、レノーズ数に対しては断面の平均流速と径深又は水深を用いた $Re = RU_m/\nu$ (又は hU_m/ν) を用いて $C_f \sim Re$ の関係を表わした場合が多いが、これは(a)又は(b)領域に適用することはできない。多くの急勾配水路においては延長の関係上、I. の初めに述べたように(a)、(b)および(c)領域のわづか一部が現われる場合が多いので、各領域に一貫して適用できる $C_f \sim Re$ の関係を求めなければ、水路の全延長に関する問題を解決できない。これに対しては以下のように定義した $C_f \sim Re$ の関係を用いるとよい。すなわち(a)、(b)領域に対しては(1)式による C_f と $U_0 \delta_*$ (ただし δ_* は境界層の排除厚) で表わされるレノーズ数を、又(c)領域に対しては(3)式による C_f と $U_{max} \delta_*/\nu$ によるレノーズ数を用いる。こゝに U_{max} は断面内の最大流速を、又 δ_* は U_{max} の所の水深を境界層厚と仮定した際の排除厚(に相当するもの)を表わす。

2. 水流の領域と抵抗法則との関係.

(i) 局所摩擦係数 C_f の計算法.

C_f を求めるには(5)を実測して(1)~(3)式を用いるのであるが、実際問題として開水路の(5)を実測できるのは完全な(c)領域の状態が水路全長にわたつて現われた場合だけに限られ、(a)又は(b)領域に対しては適当な実験法がない。こゝにおいて筆者は F. H. Clauser の提案した流速分布から既知の関係を利用して(5)を算出する方法を用いた。すなわち、

$$U/U_* = \frac{y}{\delta_*} \sqrt{C_f}, \quad yU_*/\nu = \frac{yU_*}{\nu} / 10.2 \quad \text{----- (6)}$$

ただし流れが片流の場合には

$$U/U_* = yU_*/\nu \quad \text{----- (7)}$$

乱流の場合には(たゞし滑面水路に対する場合)

$$\frac{u}{u_*} = A \log \frac{u_* y}{\nu} + D \quad \text{----- (8)}$$

の關係を用い、 $u \sim y$ の關係のみを極く小型のピトー管によつて精密に測定すればよい。これらより、層流、乱流のいづれに対しても、流速分布が与えられれば直ちに C_f を決定することができる。この方法で求めた C_f の値が、直接に実測から求められた C_f と一致するかどうかを照合できるのは(c)領域の流れの場合だけである。なお実験室内でふつうに使用される10~20m程度の小型滑面水路においては、比較的小流量の場合、すなわち水深と水路幅の比が $h/B \leq 0.1$ の場合に水路延長の中央より下流部にかかるうじて(c)領域の状態が現われるに過ぎないことが確かめられている⁽²⁾ので、この場合について比較を行った。一例を示すと完全なる(c)領域においては(4)式から求めた C_f に対し(6)式の方法で求めた C_f との差は $h/B = 0.059$ の場合に0.9%であつた。このような事実に基づき、(a)、(b)領域の流れに対しても(6)式の方法によつて求めた C_f の値が正しく適用できるものと考えた。

(ii) 水流の領域と抵抗法則

抵抗法則の研究においては *unconfined flow* 中の平板間水路共に C_f はレイノルズ数の関数として求められ、多数の研究者が、 C_f (又は f) $\sim Re$ の關係を求めている。L.G. Strauf⁽³⁾、Ven Te Chow⁽⁴⁾、岩垣⁽⁵⁾、岩佐⁽⁶⁾の諸氏の論文又は著書において、それらは円管内の流れの場合の Prandtl-Kármán の式あるいは Blasius の式(レイノルズ数が小さい場合)に一致することが示されている。しかしそれらのデータをよく調べてみると、中には上記の式からはずれているものがあり、その偏移の量は水路勾配又は流量と一定の關係があるらしいことがわかる。以上のように間水路の抵抗法則も本質的には円管の場合と同じであると考えられるのに、中にはそれに当てはまらないものが現われるのであるが、その理由は次のような裏にあるのではないかと考える。すなわち上記のデータが得られた実験の多くは延長が比較的短かい室内水路におけるもので、いづれも1の分類による(c)領域で行なわれたことになっている。もし流れが見かけ上は等速流になつたように見えても、それが分類の(a)又は(b)領域であつた場合には(4)式の径深 R (又は水深 h) の中には、摩擦損失には無關係な主流部の厚さを含み、したがつて壁面摩擦応力は同一でも主流の厚さが増せば(4)式による C_f は大となる。同様のことが $Re = \frac{R u_m}{\nu}$ にも現われて、 τ_w には直接關係のないレイノルズ数を表わすことになる。(a)領域の終りから(b)を経て(c)領域に至る部分は非常に判定が困難であつて、ふつうのポイントゲージによる測定法では見分けにくい。筆者は以前に行った研究の結果を用い、流量の増加に伴つて Froude 数が減少する区間は(a)領域、増加する区間は(c)領域であることを確かめた。たゞしこの場合、水面測定の精度は上記の文献に述べた程度のものであることを要する。実験が完全に(c)領域で行なわれた時には、円管の場合とよく一致する結果が得られたが、多少でも(b)又は(a)領域に入つている場合には、 $C_f \sim Re$ の關係は円管の値から系統的に偏移して行く。

(iii) 全領域に共通な抵抗法則

前項で述べたように開水路水流における境界 R の発達という問題を中心にして取扱つて
いる研究者は、摩擦抵抗には(1)式、レイノルズ数には R_δ 又は $R_{\delta x}$ を用いて、乱流に対しては

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4.07 \log R_{\delta x} + 2.27 \quad \text{----- (9)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 3.96 \log R_{\delta x} + 3.04 \quad \text{----- (10)}$$

$$C_f = 0.018 R_{\delta x}^{-\frac{1}{4}} \quad \text{----- (11)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4.06 \log \sqrt{C_f} R_\delta + 3.28 \quad \text{----- (12)}$$

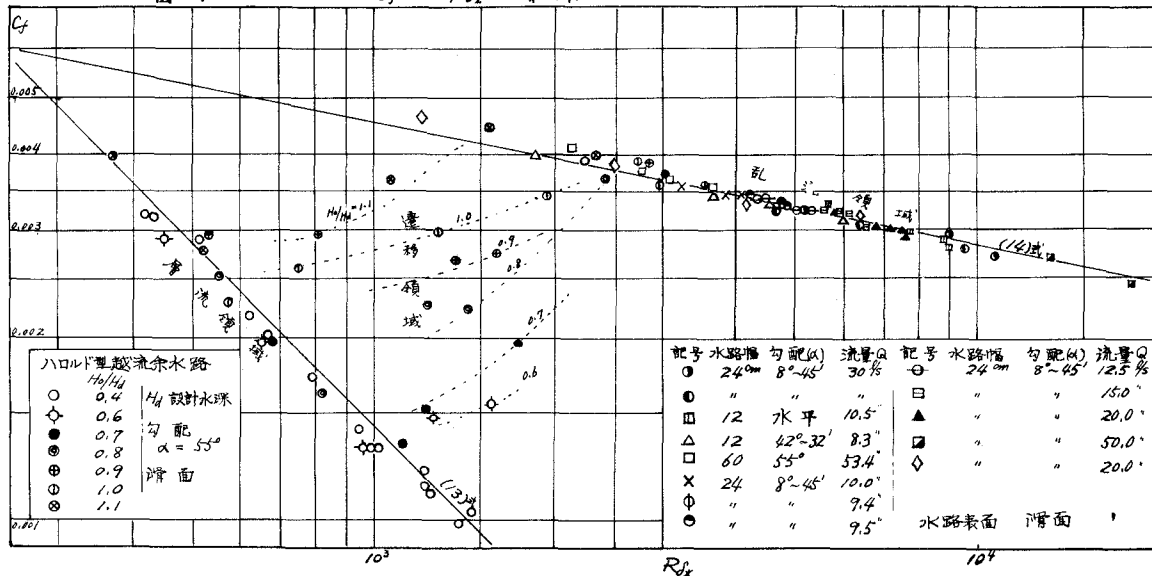
などの関係も求めている。これらはもともと *unconfined flow* 中におかれた平板の境界
 R について得られた結果であるが、(9)式は円管に対してもあてはまるものである。若佐氏
は開水路においても境界 R が発達しつゝある領域には(10)式があてはまることを実験値を用
いて述べ、Bauerも同様に(12)式を導いた。このように境界 R 理論を開水路水流に適用する
場合と、従来の Darcy-Weisbach 式から出発した研究とは互に異つた領域に踏み止つたま
いで論議しているのが、急勾配開水路のように水路の始末から短かい距離内で、(a)(b)(c)の
各領域が表われる場合には、各々の理論の適用範囲を正しく見出すことが実験技術上から
も大変困難であつた。こゝにおいて(a)、(b)領域に対しては(1)式と $R_{\delta x}$ 、(c)領域に対しては
1の(11)に述べた新しい定義による C_f と $R_{\delta x}$ を用いることにすると、図~1において多くの
実験値が示す通り全領域に一貫した抵抗法則が得られる。これは滑らかな円管に対するも
のと全く同じである。これより R 流域および乱流域(実験では $R_{\delta x} \leq 2 \times 10^4$ まで確認)に
対し、それぞれ

$$C_f = 1.43 R_{\delta x}^{-1} \quad (\text{R流域}) \quad \text{----- (13)}$$

$$C_f = 0.018 R_{\delta x}^{-\frac{1}{4}} \quad (\text{乱流域}) \quad \text{----- (14)}$$

が、実用式として用い得ることがわかる。

図-1 $C_f \sim R_{\delta x}$ の関係



- (1) F.H. Clauser; *Journal of the Aeronautical Sciences*, Feb. 1954. (2) 尾崎 晃; 別流の水面測定法について、第3回水理研究会講演会
(3) L.G. Straub 他; *Open Channel Flow at Small Reynolds Number*, Trans. ASCE 1946. (4) Ven Te Chow; *Open Channel Hydraulics* (McGraw-Hill)
(5) 石本 隆次郎、若尾 雄一、谷田 隆; 薄層流に関する研究(中1報)土木学会論文集第6号
(6) 若佐 英樹; *Boundary Layer Growth of Open Channel Flow on a Smooth Bed, and its Contribution to practical Application to Channel Design*, Vol XIX No. 1127