Ⅲ—13　急勾配水路の空気混入流に関する乱流の統計理論的考察

電研　正員　日野　幹雄

1 —ダム余水吐，シュート等の急勾配水路の流れは，底面での乱れが自由表面迄発達し，乱れの強さが充分である時は，white water すなわち空気混入流となる。この論文では，空気混入流が充分発達して平衡状態に達した流れについて考察する。

これに先立って，開水路乱流の統計量の間の関係〔式 (1) (2) (3)〕は，土砂を含んだり，空気を混入してもほゞ変化することなく成り立つものと考える。（渦径 λ, L は変化するが，その程度は小さいと考える。）[1,2]

$$\sqrt{\overline{u'^2}}/V_* = f_1(y/h) \tag{1}$$

$$L/h = f_2(y/h) \tag{2}$$

$$\lambda^2\sqrt{\overline{u'^2}}/\nu L = \mathrm{const} \tag{3}$$

2 —この様な空気混入流は，上下二層に分けられ，上層は乱れによって跳上げられた水沫から成り立ち，その空気濃度分布は[3]

$$1-C/1-C_T = \sqrt{2}/\sqrt{\pi}\,\sigma \int_{y'}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y'}{\sigma}\right)^2} dy' \tag{4}$$

で与えられる。こゝに，C_T＝遷移面の空気濃度；$y' = y - d_T$；d_T＝底面から遷移面迄の距離；σ＝水沫の上昇距離の標準偏差である。このパラメーター σ は，流れに垂直な乱れの成分を w' とすると $\overline{w'^2}/\cos\theta$，従って $V_*^2/\cos\theta$ に比例する。$V_*^2 = g d_T \sin\theta$ として Straub & Anderson の実験を整理すれば Fig－1 の様になる。この関係は，直線関係からはずれるが，それは，V_* を明確に定義しえないからと思はれる。

なお，M. Viparelli の測定結果[4]については，（その濃度分布式は Gauβ分布で与えられるが）σ に相当するパラメーター σ_* と $V_*^2/\cos\theta$ の間には，$\sigma_* = 0.0656\,V_*^2/\cos\theta$ の関係がえられた。

3 — 次に水中に気泡を混入している下層について考察する。濃度分布は，土砂流の場合とほゞ同様にして，次式で与えられる。

$$C = C_1\,(y/d_T - y)^z \tag{5}$$

$$z = V_b/\beta\kappa V_* \tag{6}$$

こゝに，C_1 は $y = d_T/2$ の濃度，β, κ は定数，V_b は気泡の上昇速度である。この気泡の半径 a は，次の様に推定しうる。気泡の中心の速度変動を u' とすれば，中心から r の距離では $(\partial u'/\partial r)r$ の速度変動があり，従って，気泡の受ける破壊力は $\left[a^2\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial r}\right)^2}\right]a^2$ に比例する。

この力が表面張力による結合力と釣合う迄，気泡は小さくなると考えれば，

$$a^3 = A_1\,T\Big/\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial r}\right)^2} \tag{7}$$

の関係が成り立たなければならない。

所で，速度変動 u' の場所的相関々数を $f(r) = \dfrac{\overline{u_0' u_0'(r)}}{\overline{u_0'^2}}$ とすれば，半径 a が充分小さければ

$$\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial r}\right)^2} = -\overline{u'^2}\,f_0'' = \frac{\overline{u'^2}}{\lambda^2} \tag{8}$$

となる。こゝに，λ は渦の最小径である。この関係 (7). (8) と初めの乱流の統計量間の関

係より，

$$a^3 = A_1 \frac{\nu d_T}{V_*^3} \tag{9}$$

となる。

又，気泡径が，最小渦径 λ より大きく，最大渦径 L より小さければ，Kolomogoroff の局所的等方性の仮説から

$$\frac{1}{2\bar{u}^2}\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial r}\right)^2}a^2 = 1-f = const\ \frac{1}{\bar{u}^2}(\varepsilon a)^{2/3} \tag{10}$$

である。こゝに，ε は単位体積あたりのエネルギー逸散率で，

$$\varepsilon = \nu^3/\lambda^4 \tag{11}$$

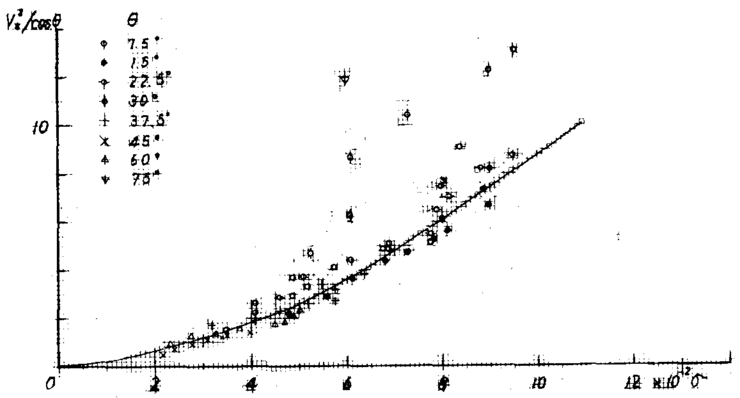
である。

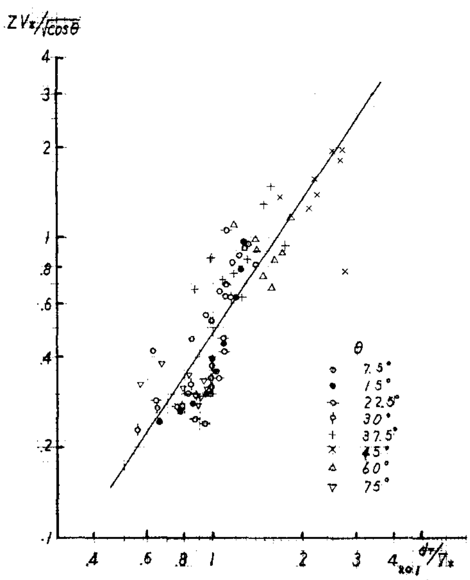
これらの関係から

$$a = const\ T^{\frac{1}{5}}\nu^{-\frac{2}{5}}\times\left(\frac{d_T}{V_*}\right)^{\frac{4}{5}} \tag{12}$$

で，気泡径の平均値が定まる。

他方，$V_b/\sqrt{\cos\theta}$ は，気泡の大きさによって定まるから $V_b/\sqrt{\cos\theta}$ と d_T/V_* 又は $\frac{1}{V_*}\sqrt{\frac{d_T}{V_*}}$ との間に関数関係の存在することが推定される。Straub & Anderson の実験を整理すれば $V_b/\sqrt{\cos\theta}$ すなわち $ZV_*/\sqrt{\cos\theta}$ と d_T/V_* とは，一番良い相関を示す。この関係は，Straub らが実験的に発見したパラメーター $V_*/d_T^{2/3}$ より良い。





1) Shimura, H. : 山形大学紀要 3-1 (1959), 3-2 (1960)

2) Soo, S.L. et al : ASME Paper No. 59-A-59 (1960)

3) Straub, L.G. & Anderson, A.G. : Proc. ASCE HY7 (1958)

4) Viparelli, M. : L'Energia Elettrica (1958)