

III—3

自由噴流の衝突にともなう境界層の発達

京都大学防災研究所

正員 土屋 義人

清水建設株式会社

正員 高鳥 益治

落下水による局所洗掘を防止するためにしばしば水たたきが設けられる。その設計に対して水理学的な検討を行なうためには、落下水が水たたきに衝突することによつて発達する境界層を中心とした流れの解析が必要である。この研究はこうした目的から自由噴流が壁面に衝突する場合の境界層の発達をとりあげて理論的に考察するとともに、若干の実験を実施した結果であつて、自由噴流による洗掘限界を取扱うための基礎的研究をなすものである。

1. 二次元自由噴流の場合

いま図一ノに示すような二次元自由噴流を考え、その水路底に発達する境界層を考察することにすれば、境界層に対する運動量方程式は次式であたえられる。

$$\frac{d\delta}{dx} + (2+H)\frac{\delta}{\bar{u}_0} \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial x} = \frac{C_f}{2} \quad (1)$$

ここに、 δ : 運動量厚、 δ^* : 排除厚、 $H = \delta^*/\delta$ 、 $\bar{u}_0$: 境界層外縁における x 方面の流速、および C_f : 局所摩擦係数、である。

一方、境界層外縁における流速 $\bar{u}_0$ としてポテンシャル流れの理論に基づく壁面に沿う流速を用いることにすれば、次式によつてあらわされる。

$$\frac{x}{b} = \frac{2}{\pi} \left\{ \tanh^{-1} \frac{\bar{u}_0}{V} + \tan^{-1} \frac{\bar{u}_0}{V} \right\} \quad (2)$$

ここに、 b : 噴流の幅、および

V : 噴流の流速、である。図一2は(2)式の関係を示したものである。

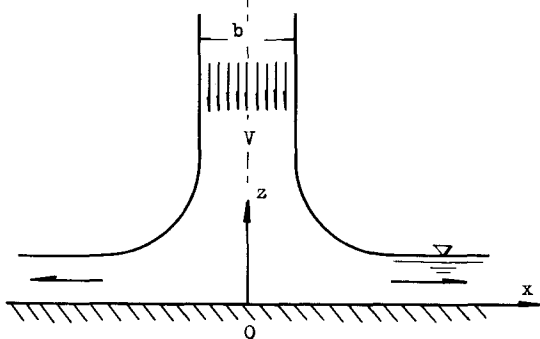
さて(2)式によつてあらわされる関係を(1)式に適用して境界層の発達を計算するにあたり、一般に境界層の外縁の流速分布が距離 x

のみの関数である場合を取扱うことにし、さらに(1)式右辺の局所摩擦係数をつぎのようにならわす。

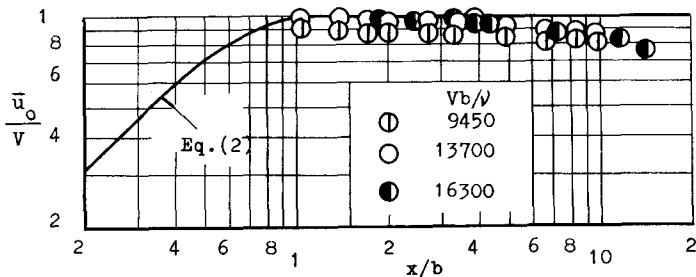
$$C_f = 2\alpha \left(\frac{\bar{u}_0 \delta}{\nu} \right)^{-1/m} \quad (3)$$

ここに、 α および m はともに層流および乱流境界層に対する抵抗法則によつて相違する定数であり、 ν は動粘性係数である。以上のような場合には(1)式は容易に積分できてつぎの

図一ノ



図一2 $\bar{u}_0/V$ と x/b との関係



ようにあらわされる。

$$\zeta^{(1+\frac{1}{m})}(\frac{Vb}{\nu})^{\frac{1}{m}} = \alpha(1+\frac{1}{m})\nu^{-\frac{(2+H)(1+\frac{1}{m})}{m}} \left[\int \nu^{\{(2+H)+\frac{1}{m}(1+H)\}} d\xi + C \right], \quad (4)$$

ここに、 $\zeta = \nu/b$, $\xi = x/b$, $\nu = \bar{u}_0/\nu$ であり、また C は適当な境界条件のもとに決められるべき積分定数である。

つぎに、(4)式中の ν に(2)式の関係を代入した結果に基づく層流および乱流境界層の発達について述べよう。まず層流境界層の場合は層流の抵抗法則および(2)式の関係を代入すれば、(4)式右辺は容易に積分できてつぎのようになる。

$$\zeta^2(\frac{Vb}{\nu}) = \frac{32}{15\pi} (\frac{\bar{u}_0}{\nu})^9 \left\{ \frac{1}{2} (\tanh' \xi + \tan' \xi) - \frac{1}{5} \xi^5 - \xi \right\} \quad (5)$$

図-3は上式に基づく層流境界層の発達を示し、また図-4はさらに層流の抵抗法則を用いて計算した摩擦速度の分布をあらわしている。

乱流境界層の場合はその抵抗法則として Blasius の $1/7$ 乗法則を適用し、さらに(4)式中の積分定数を噴流の Reynolds 数 Vb/ν が十分大きい場合を対象として、近似的に $\xi=0$ において $\zeta=0$ とすれば、(4)式は(6)式のようにならわされる。また壁面に沿う摩擦速度の分布も層流の場合と同様に計算することができる。

図-3 層流境界層の発達

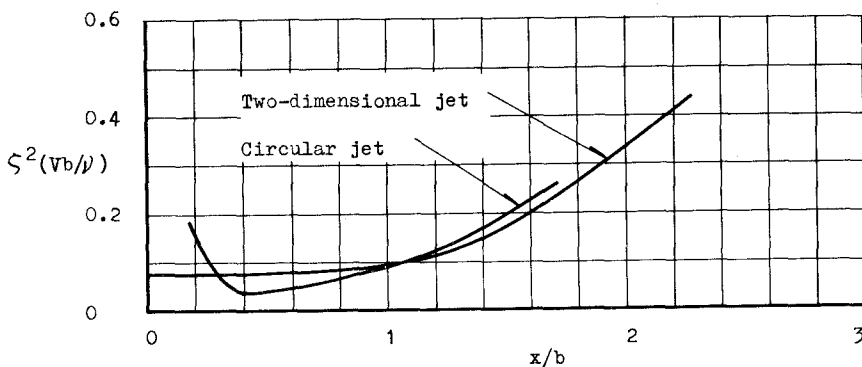
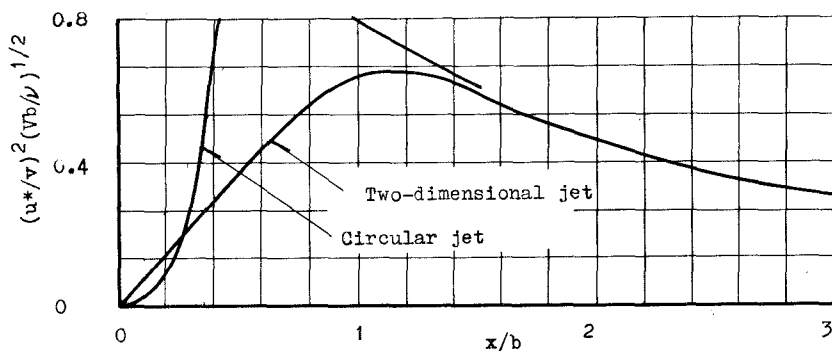


図-4 層流境界層における摩擦速度の分布



$$\zeta^{5/4}(\frac{Vb}{\nu})^{1/4} = 0.0225 \left(\frac{7}{72}\right)^{1/4} \left(\frac{5}{4}\right) \nu^{-115/28} \int_0^\xi \nu^{27/7} d\xi \quad (6)$$

図-5および6はそれぞれ(6)式と乱流の抵抗法則とに基づいて計算した境界層の発達および摩擦速度の分布を示したものである。

つぎに二次元自由噴流に関して行なった二、三の実験結果について述べよう。図-2には $\bar{u}_0$ の実験値を示したが、実験装置の関係上 $x/b < 1$ における実験値をうることができなかったので理論曲線との比較はできない。

図-7は乱流境界層の理論結果と同じ整理をしたものであるが、これよりつぎのことがわかる。すなわち、 x/b の値からわかるように上述した理論結果と比較することは望めないが、図-2の結果を参照して $x/b > 2$ 付近においては自由水面の効果が大きく、したがってこの領域に対しては開水路における境界層の解析に基づく必要があることを示している。

2. 軸対称自由噴流の場合

この場合も同様な取扱い方に基づけば、その理論的考察の結果はつぎのようである。まず(4)式に対応した境界層の運動量

図-5 乱流境界層の発達

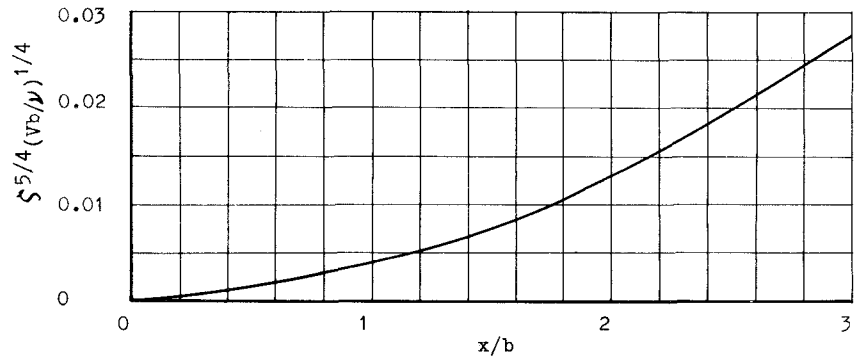


図-6 乱流境界層における摩擦速度の分布

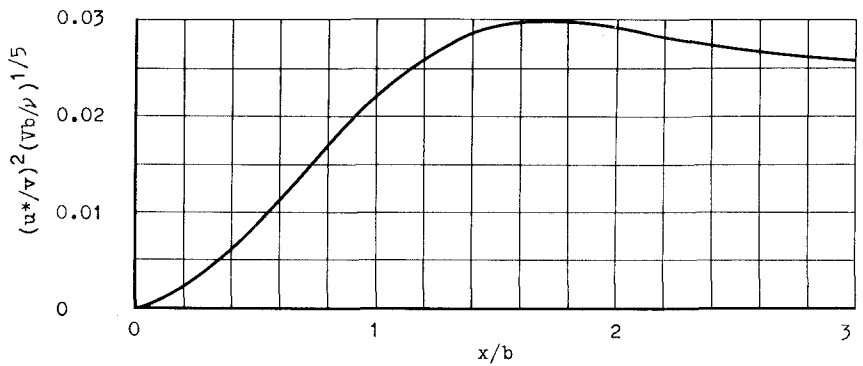
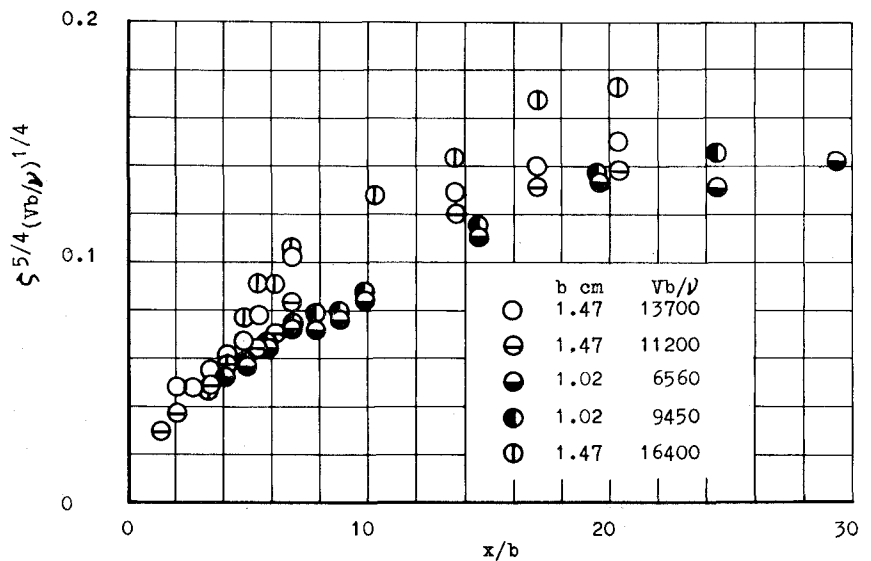


図-7 境界層の発達に関する実験結果



方程式は次式であたえられる。

$$\frac{d\bar{u}}{dx} + (2+H)\frac{\bar{u}}{x} \frac{d\bar{u}}{dx} + \frac{\bar{u}}{x} = \frac{C_f}{2}, \quad (7)$$

ここに、 x は噴流の中心からの距離を示す。(7)式に基づいて前述した場合を同様に $\bar{u}_0$ が距離のみの関数である場合を対象とし、 C_f として (3) 式を用いることにすれば、(4) 式に対応して次式がえられる。

$$\int \xi^{(1+\frac{1}{m})} \left(\frac{Vb}{\nu}\right)^{1/m} = \alpha \left(1+\frac{1}{m}\right) \left\{ \xi \nu^{(2+H)} \right\}^{-(1+\frac{1}{m})} \left[\int \xi^{(1+\frac{1}{m})} \nu \left\{ (2+H) + \frac{1}{m} (1+H) \right\} d\xi + C \right] \quad (8)$$

上式に基づく層流および乱流境界層の発達はそれぞれ次式であらわされる。まず層流境界層に対して、

$$\xi^2 \left(\frac{Vb}{\nu}\right) = \frac{8}{15} \xi^{-2} \nu^{-9} \int_0^\xi \xi^2 \nu^8 d\xi, \quad (9)$$

乱流境界層に対して、

$$\xi^{5/4} \left(\frac{Vb}{\nu}\right)^{1/4} = 0.0225 \left(\frac{7}{72}\right)^{1/4} \left(\frac{5}{4}\right) \xi^{-5/4} \nu^{-115/28} \int_0^\xi \xi^{5/4} \nu^{27/7} d\xi. \quad (10)$$

さて上式中の ν

と ξ との関係とし

て図-8に示した

Schach の理論結果を用い、境界層の発達および摩擦速度の分布を計算した結果を二次元の場合との比較において図-3~4に示した。

図-8および9は実験結果を示したものであつて、二次元の場合と同様なことがいえるであろう。

最後に本研究を行

なうにあつて、終始御指導を賜つた京大石原教授および岩垣教授、名工大橋本教授に厚く謝意を表するとともに、この研究が総合研究費による研究の一部であることを付記する。

図-8 $\bar{u}_0/\nu$ と $2x/b$ との関係

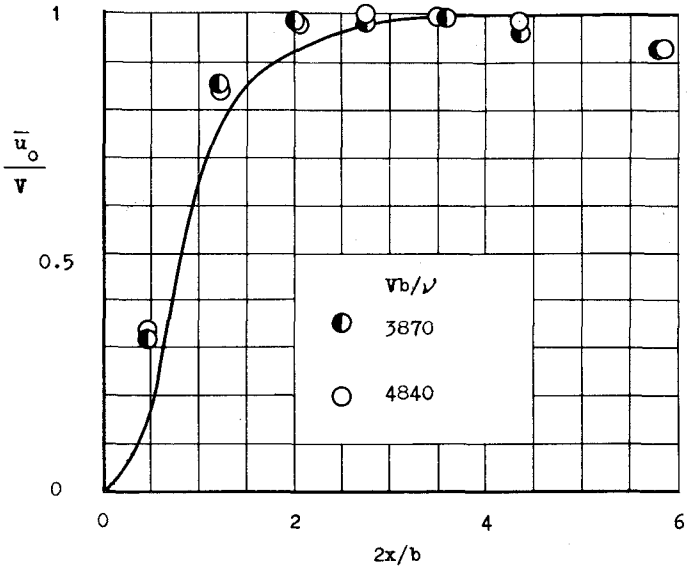


図-9 境界層の発達に関する実験結果

