

II-57 剛域をもち且つ不完全に剛結された

円弧および抛物線部材の接角式

九州大学工学部 正員 山崎 徳也

(I) 緒言 鋼構造では、鉚結・溶接とも接合部の不完全剛結性を認めねばならぬ場合が多く、又、鉄筋コンクリート構造でもヒンジ点でモーメントを受けるものがあり、これ亦不完全剛結として取扱ふべきである。直線部材の不完全剛結モーメントについては、著者もかつて研究⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾したが、曲線部材を含む場合の解法は皆無といつてよく未解決の分野に於てゐる。又、柱の中或は剛域と無視し軸線骨組モーメントを対象とする近似も場合によつては必ずしも安全側のものとはいへず、建築分野では積極的にこれを取り入れて計算している。以上の必然理由より曲線部材を対象とし剛域、不完全剛結性を取り入れ、両者とも存在する場合にも又いずれか一方のみ存在する場合にも役立つために、本研究の如き課題事項の設定が必要となり、各要素の影響の吟味ひいては、その成果を利用し経済設計等種々の問題が提示され、又本研究更に更に中向ヒンジと附加した接角式⁽⁴⁾を併用すれば、部材内の1点の連続性が失われた場合の応力状態の變に的研究および極限設計への応用も可能となる。

(II) 接角式 円弧部材と抛物線部材に分け、前者は等断面、後者は断面2次モーメントの1及2次變化と仮定しその特例として $I_{\infty\phi} = I_c$ を含め得ようとした。従つて両者の相違は式中の係数内容であり式の誘導過程は全く等しい。剛域はその性質上回転はするが接まないものとして曲線部材の両端に附加し、これに続く位置に不完全剛結接合部と設け、不完全剛結に基づく附加回転角はその点のモーメントに比例するとかの假定仮定を採用した。基本式は次式を用いる。

$$\begin{aligned} \text{円弧材}^{(5)} \quad & \begin{cases} M_{AB} = 2EK \{ (K+1) \tau_A + K \tau_B \} + \lambda H - C_{AB} \\ M_{BA} = 2EK \{ K \tau_A + (K+1) \tau_B \} - \lambda H + C_{BA} \end{cases} \\ \text{抛物線材}^{(6)} \quad & \begin{cases} M_{AB} = 2EK (2A_0 \tau_A + B_0 \tau_B) + \frac{2}{3} f D_0 H - C_{AB} \\ M_{BA} = 2EK (B_0 \tau_A + 2A_0 \tau_B) - \frac{2}{3} f D_0 H + C_{BA} \end{cases} \end{aligned}$$

図-1は、簡単のため直線部材の変形図を示したが、曲線でも取扱ひ方は全く同じで、たゞ A', B' に水平反力 H' が、 AB に H が加はるだけで、部材角 $R = \frac{4}{\ell} \ell$ である事に注意すべきである。又 $H = H'$ となる。いま $2EK \tau_A = \alpha$, $2EK \tau_B = \beta$ とおけば、所導の接角式は次式で得る。 V, H' はヒンジアーチ部材の垂直、水平反力である。

$$\begin{aligned} \text{i) 円弧材: } \quad & \bar{M}_{AB} = \frac{1}{1+(K+1)(\alpha+\beta)+(2K+1)\beta^2} [2EK(D_{AA}\theta_A + D_{AB}\theta_B - D_{AC}R) - E_{AA}C_{AB} - F_{AB}C_{BA}] \\ & + \lambda G_A H + G'_A H' - V_{AB} b_{AB} + H'_{AB} d_A \\ \quad & \bar{M}_{BA} = \frac{1}{1+(K+1)(\alpha+\beta)+(2K+1)\alpha^2} [2EK(D_{BA}\theta_A + D_{BB}\theta_B - D_{BC}R) + F_{BA}C_{AB} + F_{BB}C_{BA}] \\ & + \lambda G_B H + G'_B H' + V_{BA} b_{BA} - H'_{BA} d_B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) 抛物線材: } \quad & \bar{M}_{AB} = \frac{1}{1+2A_0(\alpha+\beta)+(4A_0^2-B_0^2)\alpha\beta} [2EK(D_{AA}\theta_A + D_{AB}\theta_B - D_{AC}R) - E_{AA}C_{AB} - F_{AB}C_{BA}] + \frac{2}{3} f D_0 G_A H + G'_A H' - V_{AB} b_{AB} + H'_{AB} d_A \\ \quad & \bar{M}_{BA} = \frac{1}{1+2A_0(\alpha+\beta)+(4A_0^2-B_0^2)\alpha\beta} [2EK(D_{BA}\theta_A + D_{BB}\theta_B - D_{BC}R) + F_{BA}C_{AB} + F_{BB}C_{BA}] - \frac{2}{3} f D_0 G_B H + G'_B H' + V_{BA} b_{BA} - H'_{BA} d_B \end{aligned}$$

円弧材	
D_{AA}	$K+1+(2K+1)\beta+(2K+1)(1+\beta)\frac{\beta^2}{\ell^2}+(2K+1)(2+\alpha+\beta)\frac{\beta^2\alpha}{\ell^2}$
$D_{AB}=D_{BA}$	$K+(2K+1)(1+\alpha)\frac{\beta\alpha}{\ell}+(2K+1)(1+\beta)\frac{\beta\alpha}{\ell^2}+(2K+1)(2+\alpha+\beta)\frac{\beta\alpha b_{AB}}{\ell^2}$
D_{BB}	$K+1+(2K+1)\alpha+(2K+1)(1+\alpha)\frac{\alpha^2}{\ell^2}+(2K+1)(2+\alpha+\beta)\frac{\alpha^2\beta}{\ell^2}$
D_{AC}	$(2K+1)^2(1+\beta)+(2+\alpha+\beta)\frac{\beta\alpha}{\ell}$
D_{BC}	$(2K+1)^2(1+\alpha)+(2+\alpha+\beta)\frac{\beta\alpha}{\ell}$
E_{AA}	$1+(K+1)\beta+\beta^2-1-K\alpha+(K+1)\beta^2$ F_{AB} は $\alpha < \beta$, $A \in B \in \text{入り側}$ へ
G_A	$\frac{[1+(2K+1)\beta-(2K+1)(\alpha-\beta)\frac{\beta\alpha}{\ell}]/[1+(K+1)(\alpha+\beta)+(2K+1)\alpha^2]}{[1+(2K+1)\alpha-(2K+1)(\beta-\alpha)\frac{\beta\alpha}{\ell}]/[1+(K+1)(\alpha+\beta)+(2K+1)\beta^2]}$
G_B	$-\frac{[1+(2K+1)\alpha-(2K+1)(\beta-\alpha)\frac{\beta\alpha}{\ell}]/[1+(K+1)(\alpha+\beta)+(2K+1)\beta^2]}{[1+(2K+1)\beta-(2K+1)(\alpha-\beta)\frac{\beta\alpha}{\ell}]/[1+(K+1)(\alpha+\beta)+(2K+1)\alpha^2]}$
F_{AB}	$K\beta+\beta^2-K(1+\beta)-1$ F_{BA} は $\alpha < \beta$, $A \in B \in \text{入り側}$ へ
G'_A	$\frac{(1+\frac{\beta\alpha}{\ell})d_A - \frac{\beta\alpha}{\ell}d_B}{(1+\frac{\beta\alpha}{\ell})d_A - \frac{\beta\alpha}{\ell}d_B}$ G'_B は $A \in B \in \text{入り側}$ へ符号を逆へ

抛物線材	
D_{AA}	$2A_0+(4A_0^2-B_0^2)\beta+2(2A_0+B_0)[1+(2A_0-B_0)\beta]\frac{\beta\alpha}{\ell}+(2A_0+B_0)[2+(2A_0-B_0)\alpha]\frac{\beta^2}{\ell^2}$
$D_{AB}=D_{BA}$	$B_0+(2A_0+B_0)[1+(2A_0-B_0)\alpha]\frac{\beta\alpha}{\ell}+(2A_0+B_0)[1+(2A_0-B_0)\beta]\frac{\alpha^2}{\ell^2}+(2A_0+B_0)[2+(2A_0-B_0)\alpha]\frac{\beta\alpha b_{AB}}{\ell^2}$
D_{BB}	$D_{AA} \alpha < \beta$, $A \in B \in \text{入り側}$ へ
D_{AC}	$2(A_0+B_0)[1+(2A_0-B_0)\alpha]+(2A_0+B_0)[2+(2A_0-B_0)\alpha]\frac{\beta\alpha}{\ell}$
D_{BC}	$D_{AC} \alpha < \beta$, $A \in B \in \text{入り側}$ へ
E_{AA}	$1+2A_0\beta+\beta^2+1+2A_0\alpha-\beta\alpha$ F_{AB} は $\alpha < \beta$, $A \in B \in \text{入り側}$ へ
F_{AB}	$B_0\beta+\beta^2-2A_0\alpha-1$ F_{BA} は $\alpha < \beta$, $A \in B \in \text{入り側}$ へ
G_A	$\frac{[1+(2A_0+B_0)\beta+(2A_0+B_0)(\beta-\alpha)\frac{\beta\alpha}{\ell}]/[1+2A_0(\alpha+\beta)+(4A_0^2-B_0^2)\alpha\beta]}{[1+(2A_0+B_0)\alpha+(2A_0+B_0)(\alpha-\beta)\frac{\beta\alpha}{\ell}]/[1+2A_0(\alpha+\beta)+(4A_0^2-B_0^2)\alpha\beta]}$
G_B	$G_A \alpha < \beta$, $A \in B \in \text{入り側}$ へ
G'_A	$\frac{(1+\frac{\beta\alpha}{\ell})d_A - \frac{\beta\alpha}{\ell}d_B}{(1+\frac{\beta\alpha}{\ell})d_A - \frac{\beta\alpha}{\ell}d_B}$ G'_B は $A \in B \in \text{入り側}$ へ符号を逆へ

$\alpha, \beta = 0$ とすれば、完全剛結の式となり、 $b, d = 0$ とすれば、剛域は除かれ、この両者を用いれば、円弧材は直ちに、抛物線材は更に2次変化率と0とを基本式に帰せられ、又円弧材では中心角 θ 、抛物線材では f と0とすれば、何れも不完全剛結直線部材に剛域と考慮した式ともなり、各要素との結合は「当然」慣用直線接角式が得られる。

(Ⅲ) 計算例 右図の如き抛物線部材をもつ2スパン

ラーメンを例にとり、下記の表-1～5の内容を構成し得る様に

都合10種類につき

計算をおこない、また

めらみた。

	$b/l = 1/25.223$	$b/l = 1/13$
剛域無視の時	$k = 0.2456$	$k = 0.2456$
剛域考慮の時	$k = 0.2651$	$k = 0.2834$

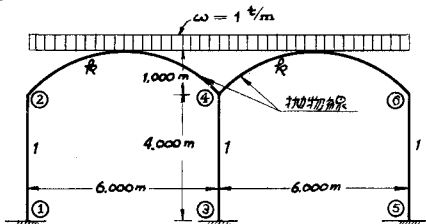


表-1

表-2

表-3

	完全剛結 ($\alpha=0$)			不完全剛結 ($\alpha=0.307$)			γ -一定		γ -一定		γ -一定	
	1	2	3	1	2	3	1	2	1	2	1	2
	$b/l = 0$	$1/25.223$	$1/13$	$b/l = 0$	$1/25.223$	$1/13$	$b/l = 0, \alpha = 0.307$	$1/25.223, \alpha = 0.307$	$\alpha = 0.3486$	$1/13, \alpha = 0.3486$	$\alpha = 0.707$	$\alpha = 0.3486$
$\bar{M}_{12}$	+2.034 ^{t/m}	+1.805 (-12.9%)	+1.599 (-22.9%)	+3.286 ^{t/m}	+2.631 (-18.7%)	+2.242 (-31.6%)	+3.286 ^{t/m}	+2.908 (-11.6%)	+4.415 ^{t/m}	+2.820 (-36.1%)	+3.286 ^{t/m}	+4.415 ^{t/m}
$\bar{M}_{21},$ $-\bar{M}_{24}$	+2.216	+2.153 (-2.6%)	+2.066 (-6.3%)	+1.601	+1.304 (+6.5%)	+1.344 (+8.2%)	+1.601	+1.632 (+4.5%)	+0.300	+1.068 (+36.2%)	+1.601	+0.300 (-56.3%)
$\bar{M}_{42}$	+2.320	+2.483 (+7.0%)	+2.595 (+11.2%)	+1.203	+1.412 (+18.8%)	+1.561 (+29.8%)	+1.203	+1.381 (+14.8%)	+0.461	+0.916 (+98.7%)	+1.203	+0.461 (-61.3%)

表-4

表-5

	α -一定と γ -一定の場合の差の%		剛域無視 ($b/l=0$)			$b/l = 1/25.223$		$b/l = 1/13$	
	1	2	1	2	3	1	2	1	2
	$b/l = 1/25.223$	$b/l = 1/13$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.707$ $K = 33.93$	$\alpha = 3.486$ $K = 160.82$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.763$ $K = 36.51$	$\alpha = 0$	$\alpha = 4.022$ $K = 192.57$
$\bar{M}_{12}$	+1.4%	+13%	+2.034 ^{t/m}	+3.286 (+58.5%)	+4.415 (+112.9%)	+1.805 ^{t/m}	+2.308 (+50.0%)	+1.599 ^{t/m}	+2.820 (+76.4%)
$\bar{M}_{21},$ $-\bar{M}_{24}$	-1.9%	-4.5%	+2.216	+1.601 (-28.8%)	+0.700 (-68.4%)	+2.153	+1.632 (-23.5%)	+2.066	+1.068 (-48.3%)
$\bar{M}_{42}$	-2.6%	-3.9%	+2.320	+1.203 (-48.2%)	+0.461 (-80.1%)	+2.483	+1.381 (-44.4%)	+2.595	+0.916 (-64.8%)

以上、表-1, 2, 3, 5の%は、 $\alpha=2$ 1欄に対する2, 3欄の増減と1欄に対して求めたものである。表-1は α と一定に剛域の影響と吟味したものである。表-2は不完全剛結の γ と一定に2種の構造で、 $\gamma=0$ の剛域の影響と比較したものである。表-3は、表-2の見方と変えたもので、柱梁の寸法は異なるが、剛域は一致に2つの同一形状ラーメンで、剛域と無視した場合同一 γ 時の比較であり、 $\gamma=0$ 即ち完全剛結時には合致するとは、大いに異なる事がある。又、表-1, 表-2の如き2種類の α を考へられ、中と無視した時に用いたものを、そのまま利用すると、その時の γ にも同じ剛域 K の変化と取入れ新たに算出する場合とであり、後者はいさか煩雑で前者の近似を認め、この目的で、両者と表-4に比較した。結果によれば、誤差は、かなり大きく目的によっては、無視するものといえる。表-5は、 γ と一定にした場合について剛域別に不完全剛結性の影響と比較したものであり、著しい影響が認められる。

(Ⅳ) 結語 計算例に見る如く、各要素の影響反は高く、本研究の有義性が十分認められる。最後に、本山茂男、南九、浅田忠則、小山4氏の諸君の御協力と感謝する。

(1) 山崎: "不完全剛結ラーメンの解法に於ける接角分配法" 林学全集36巻9号 (2) 山崎: "橋脚剛性と考慮するトラス2次力力の解法" 土木学会報25巻1号 (3) 山崎: "三層式四層式ラーメンの安定性一抗張に就いて" 土木学会報25巻34号 (4) 山崎: "中面と外面をもつ円弧材の抛物線材に不完全剛結性と剛域とを考慮した構法" 昭和35年度土木学会西部支部研究発表会に2頁発表 昭和36年2月 (5) T. Murakami: "Studies on the Slope-deflection Method" 土木学会紀要44巻1号 (6) 山崎: "抛物線材拱型部材と円弧材とを有するラーメンの接角分配法の応用" 土木学会研究報告2巻