Ⅱ―55　閉断面桁構造の捩り強さ

東京大学工学部　奥村敏恵
〃　〃　伊藤学
〃　大学院　○西野文雄

橋梁の解析は主として平面構造物として行なわれている。橋梁の大型化にともない実際に則した立体構造物として解析を行う事が必要になって来ている。立体解析の一つの段階として，他に吊橋補剛桁の捩り剛性を知る為に，捩り強さについて主としてトラスを中心に考えた。簡単の為4つの弦材は全て等しく，両主構及び上下横構はそれぞれ等しい場合のみを考えた。横構についてはまずこれを剪断剛性が等しく剪断応力のみを伝える板におきかえた場合について考え，おきかえない場合についても計算した。

トラスに捩りモーメントが作用した時には捩りモーメントによる剪断力の他に曲げモーメントが働く。この曲げによって生じる剪断力は小さいとして無視すれば箱桁の場合のワグナーの曲げ捩れと同じ結果が得られ，捩れモーメントMと捩れ角φとの間には

$$M = GJ\frac{d\varphi}{dx} - EC_{bd}\frac{d^3\varphi}{dx^3}$$

の関係式が得られる。トラスにおいて弦材断面積をA，桁高d，主構間隔b，主構，横構の換算板厚をそれぞれt_d，t_bとして J 及び C_{bd} を求めると次の様になる。

$$J = \frac{2b^2d^2}{\frac{b}{t_b}+\frac{d}{t_d}} \qquad C_{bd} = \frac{1}{4}Ab^2d^2\frac{\left(\frac{b}{t_b}-\frac{d}{t_d}\right)^2}{\left(\frac{b}{t_b}+\frac{d}{t_d}\right)^2}$$

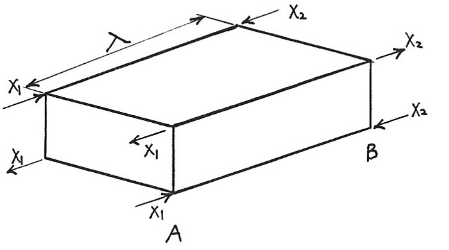
曲げによって生じる剪断力を無視しない場合には曲げ捩れ剛性は常数とはならない為に上の様に簡単に表わせない。トラスの場合には別の方法によって曲げによる剪断力を無視しないで比較的簡単に問題が解ける。トラスを構成している1つのパネルを単純に捩ると一般にはそりを生じる。このそりは捩りモーメントによる剪断歪を，生じたそりによる剪断歪と捩れ角による剪断歪との和に等しいとおく事によって

$$w = \frac{M}{8Gbd}\left(\frac{b}{t_b}-\frac{d}{t_d}\right)$$

と得られる。ここにGは剛性率，Mは捩りモーメントである。そりは断面が異なれば隣りあったパネル毎に異なり，このパネルが連なってトラス桁を構成する時はそりが拘束される為不静定軸方向力を生じる。端部にそりに対して拘束のある場合も同様である。したがって曲げによる剪断力を無視しないでトラスの捩り問題を解くには，まず各パネル毎に切り離して単純に各パネルを捩った時のそりを計算し，それを連続の条件を満す様につなぎ合せる事によって生じる不静定力を計算する。さらにこの不静定力による変形を考えれば捩りモーメントが働いた時の変形は単純に捩った時の変形と不静定力による変形との和になり，同様に部材力は捩りモーメントによって働く剪断力と不静定力によるものとの和として求められる。

この不静定力を求める為に1つのパネルの両端の弦材に図の様に組になった8つの力を加える。この時の両端のそりはそれぞれ W_A^X, W_B^X とし，比例常数 p，q，を使って

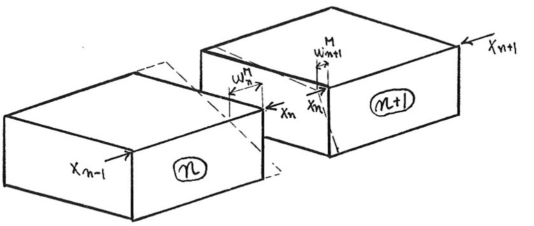
$$W_A^X = pX_1 - qX_2 \qquad W_B^X = qX_1 - pX_2$$



と表わせる。よってこの p，q が求まれば隣りあったパネルで捩りモーメントによって自由に生じるそりが異なる場合や，端部でそりが拘束される場合に生じる不静定力が求まる。仮想仕事を使って p，q を求めると

$$p = \frac{\lambda}{3EA} + \frac{1}{8G\lambda}\left(\frac{b}{t_b}+\frac{d}{t_d}\right) \qquad q = -\frac{\lambda}{6EA} + \frac{1}{8G\lambda}\left(\frac{b}{t_b}+\frac{d}{t_d}\right)$$

となる。ここにEはヤング率，λはパネル間隔である。ここで n 番目のパネルと $n+1$ 番目のパネルの間で切り離して各々のそりを考える。自由なそりをそれぞれ W_n^M，W_{n+1}^M，不静定力を図の様に X_{n-1}，X_n，X_{n+1} とすると，



$$W_n = W_n^M - p_nX_n + q_nX_{n-1} \qquad W_{n+1} = W_{n+1}^M + p_{n+1}X_n - q_{n+1}X_{n+1}$$

となり，この W_n，W_{n+1} を等しいとおくと

$$q_nX_{n-1} + (p_n+p_{n+1})X_n + q_{n+1}X_{n+1} = -W_n^M + W_{n+1}^M$$

となり断面，捩りモーメント，境界条件が定まれば不静定力が求まる。これにBredtの公式で求まる剪断力を加える事によって部材力が求まる。先の p，q は斜材を板におきかえた場合の値であるが主構，横構をワーレントラスに組んだ場合には

$$p = \frac{1}{E}\left\{\frac{3}{8}\frac{\lambda}{A} - \frac{1}{8\lambda^2}\left(\frac{l_b^3}{A_b}-\frac{l_d^3}{A_d}\right)\right\} \qquad q = \frac{1}{E}\left\{-\frac{\lambda}{8A} - \frac{1}{8\lambda^2}\left(\frac{l_b^3}{A_b}-\frac{l_d^3}{A_d}\right)\right\}$$

同じく主構にワーレン，横構にダブルワーレントラスを組んだ場合は次の様になる

$$p = \frac{1}{E}\left\{\frac{5}{16}\frac{\lambda}{A} - \frac{1}{8\lambda^2}\left(\frac{l_b^3}{2A_b}-\frac{l_d^3}{A_d}\right)\right\} \qquad q = \frac{1}{E}\left\{-\frac{3}{16}\frac{\lambda}{A} - \frac{1}{8\lambda^2}\left(\frac{l_b^3}{2A_b}-\frac{l_d^3}{A_d}\right)\right\}$$

ここに A_b，A_d，l_b，l_d はそれぞれ横構，主構の斜材の断面積，長さである。

不静定力による捩れ変形は1つのパネルの両端に先の様に X_1，X_2 が働く場合はエネルギー式を作る事により

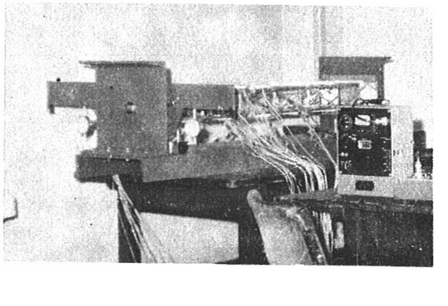
$$\Delta\varphi^X = \frac{1}{2Gbd}\left(\frac{b}{t_b}-\frac{d}{t_d}\right)(X_1 - X_2)$$

と求まる。

これに単純な捩れ変形

$$\Delta\varphi^M = \frac{M\lambda}{2Gb^2d^2}\left(\frac{b}{t_b}+\frac{d}{t_d}\right)$$

を加えれば捩れ角が求まる。



実験及び数値計算　6パネルの模型トラスを真鍮で作り，両端固定の条件で実験を行なった。実験結果及び数値計算結果については当日発表する。(右写真)