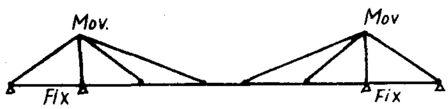
Ⅱ—21　変形を考慮した斜張橋の一解法

日本橋梁ＫＫ　正員　川上博夫

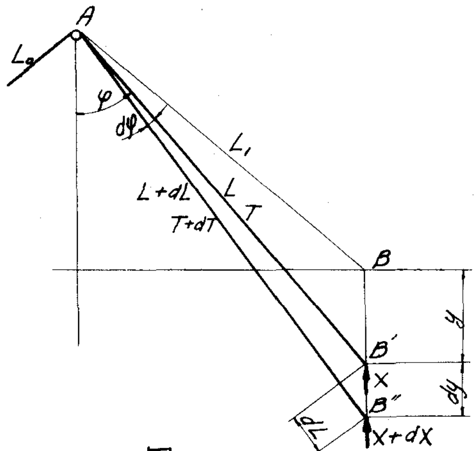
斜張橋が最近よく用いられる様になつた理由の一つは、架設時に適当な方法でプレストレスを導入し、主桁の応力調整を行つて、経済化をはかり得る点にある。すなわち、架設時における支点操作（架設用仮支点の操作も含めて）あるいはジヤツキを用いたケーブルの緊張等によつて、プレストレスが導入されるが、いずれにしても架設時の設計計算には相当の厳密さが要求される。さて斜張橋の解法としては、弾性支承上の連続梁として解く方法、ケーブルの張力を不静定力にとつて弾性方程式を用いる方法等がよく用いられているようであるが、いずれもケーブルの傾斜角を不変と考えている。この場合の誤差は僅少かも知れないが、架設計算等では無視し得ない場合もあることと思われる。そこで著者はケーブルの傾斜角が、主桁の撓みに応じて変化する場合の解析を試みたが、水平方向の変位を無視すると、ケーブルの等価弾性係数を用いることによつて、ケーブルの傾斜角の変化を無視した場合と同様の手続きで計算出来ることを見出した。

計算式誘導の対象として次の様な形式のものを選ぶ。すなわち、塔柱は下端で固定されて居り、ケーブルはその一方が不撓支点に結ばれ塔柱頂点で移動可能に支持されているような場合を考える。（例えば図－１　のような場合）



図－1

先づ、このようなケーブルのうち任意の１つのケーブルについて、その傾斜角の変化と垂直方向のたわみとの関係を求める。この場合、節点の橋軸方向の変位は無視して考えることとする。



図－2

図－２において、いま節点ＢがyだけたわみＢ'にきて釣合状態にあるとする。このときのケーブルの張力をＴ、長さをＬ、傾斜角をφとしＢ'点の反力をＸとする。ＴがdＴだけ変化した時のこれらの微少変化量をそれぞれdL、$d\varphi$およびdXとすると

幾何学的な関係から、

$$dL \doteqdot dy\cos(\varphi - d\varphi) \doteqdot dy(\cos\varphi + d\varphi\sin\varphi) \tag{1}$$

$$L\,d\varphi \doteqdot dy\sin(\varphi - d\varphi) \doteqdot dy(\sin\varphi - d\varphi\cos\varphi) \tag{2}$$

ケーブルの伸びは

$$dL = \frac{dT}{E_s A_s} L \qquad E_s\text{：ケーブルの弾性係数、}A_s\text{：ケーブル断面積} \tag{3}$$

釣合関係から

$$X = T\cos\varphi \tag{4}$$

B点の反力の変化量は

$$dX=(T+dT)\cos(\varphi-d\varphi)-T\cos\varphi\doteqdot Td\varphi\sin\varphi+dT\cos\varphi \tag{5}$$

(1) (2) (3) から

$$dT=E_sA_s\cot^2\varphi\,d\varphi \tag{6}$$

これを(5)式に代入しすると次の微分方程式を得る。

$$\frac{dX}{d\varphi}=X\tan\varphi+E_sA_s\cot^2\varphi\cos\varphi \tag{7}$$

この解は

$$X=E_sA_s(-\cot\varphi-\varphi+C)\cos\varphi \tag{8}$$

初期条件として $\varphi=\varphi_1$ のとき　X＝0とすると

$$X=E_sA_s(\cot\varphi_1-\cot\varphi+\varphi_1-\varphi)\cos\varphi \tag{9}$$

一方たわみ量 y は、不撓支点から塔柱頂点までの距離を L_0 とすると、

$$y=\left\{L_1+(L_0+L_1)\frac{T}{E_sA_s}\right\}\cos\varphi-L_1\cos\varphi_1=L_1(\cos\varphi-\cos\varphi_1)+(L_0+L_1)\frac{X}{E_sA_s} \tag{10}$$

(9) (10) 両式から φ を消去すれば良いが、このまゝでは困難だから $\varphi=\varphi_1-\Delta\varphi$ と置き $\Delta\varphi$ は微少であると考えその2乗以上の項を無視し、かつ $\sin\Delta\varphi\doteqdot\Delta\varphi$ 、$\cos\Delta\varphi\doteqdot 1$ として $\Delta\varphi$ を消去すると最終的に次式を得る。

$$y=\frac{X}{E_sA_s}(L_0+\alpha L_1) \qquad \text{ここに} \quad \alpha=1+\tan\varphi_1\frac{\sin^2\varphi_1}{1+\sin^2\varphi_1} \tag{11}$$

φ_1 に対する α の値を図－3の通りである。

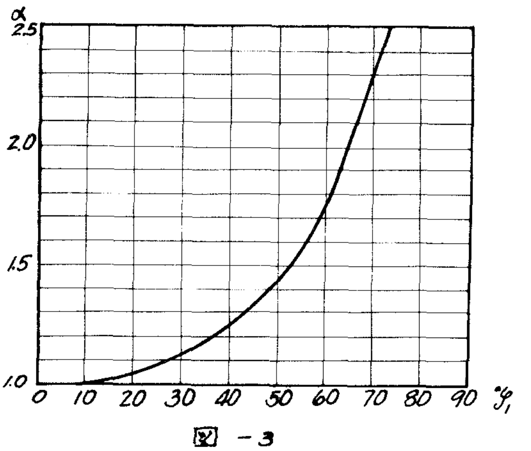
(11)を更に書き直すと

$$y=\frac{X}{E_sA_s}L_0+\frac{X}{\bar{E}_sA_s}L_1 \tag{12}$$

ここに $\bar{E}_s=E_s/\alpha$

となり、$\bar{E}_s$ をAB間の**ケーブル**の弾性係数と考えると、傾斜角が変らない場合の式と一致する。$\bar{E}_s$ を仮に**ケーブル**の等価弾性係数と名付けることにする。すなわち、この $\bar{E}_s$ を用いれば、傾斜角が変らない場合と全く同じ様にして計算出来ることとなる。例えば、弾性支承上の連続梁と考えたときの**バネ**常数 k は

$$k=\frac{X}{y}=\frac{E_sA_s}{L_0}+\frac{\bar{E}_sA_s}{L_1} \tag{13}$$



図－3

であり、また弾性方程式による場合でも(12)の y を用いればよい。

以上、等価弾性係数を用いて計算出来ることを示した。なお塔柱が下端で回転支持されて居る様な場合には、水平方向の変位の影響を考慮せねばならないしまた**ケーブル**の自重や温度変化の影響もあり、この様な問題についても今後更に検討し、より一般的な形に持つていき度いと考えている。終に種々御指導下さつた京大小西教授に感謝の意を表したい