

# V-1 地下構造物に関する光弾性実験(II)

早稲田大学

正員

村上博智

## I. 緒言

筆者は昨年広島にて行われた第14回年次学術講演会で地下鉄標準断面の如き地下構造物の設計法に関する考へ方として、弾性支承の函形ラーメンとしての解法を中柱の軸力を一つの不確定未知量とする解法について述べたが、本文は考へ方の基礎としては全様であるが多少一般性をもたせた、弾性支承梁を有するラーメンの解法について述べ、実験結果との比較検討について報告する。

## II 弾性支承梁を有するラーメンの解法

### 1) 弾性支承梁の撓角撓度法

図-1に示す様な弾性支承梁の撓曲線の微分方程式はよく知られている様に次式で示される。

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = -\frac{R}{D} w \quad (1)$$

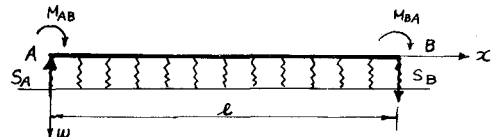


Fig. 1.

但し D: 曲げ剛度, 長: 反力係数 である。  $\alpha = \frac{\beta}{L} = \sqrt[4]{\frac{R}{4D}}$  とすれば、(1)式の解は、

$$w = C_1 \sin \alpha x \sinh \alpha x + C_2 \sin \alpha x \cosh \alpha x + C_3 \cos \alpha x \sinh \alpha x + C_4 \cos \alpha x \cosh \alpha x \quad (2)$$

となる。

境界条件は次式の如く、又 A, B 両の撓角 沈下量も次々次の(4)式の如く示される。

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ にて} \\ \left. \begin{array}{l} D \frac{d^2 w}{dx^2} = -M_{AB} \\ D \frac{d^3 w}{dx^3} = -S_A \end{array} \right\} \\ x=L \text{ にて} \\ \left. \begin{array}{l} D \frac{d^2 w}{dx^2} = M_{BA} \\ D \frac{d^3 w}{dx^3} = -S_B \end{array} \right\} \end{array} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ にて} \\ \left. \begin{array}{l} w = \delta_a \\ \frac{dw}{dx} = \theta_a \end{array} \right\} \\ x=L \text{ にて} \\ \left. \begin{array}{l} w = \delta_b \\ \frac{dw}{dx} = \theta_b \end{array} \right\} \end{array} \right\} (4)$$

(3), (4)式から材端モーメント及材端前断面力を撓角  $\theta$  及  $w$  沈下度  $R = \delta/L$  (仮称) で示せば

$$\left. \begin{array}{l} M_{AB} = 2EK \cdot \frac{\beta}{N} \{ \Pi \theta_A + b \theta_B + M_\beta R_A - 2A\beta R_B \} \\ M_{BA} = 2EK \cdot \frac{\beta}{N} \{ b \theta_A + \Pi \theta_B + 2A\beta R_A - \Pi \beta R_B \} \\ S_A = -2EK \cdot \frac{\beta^2}{N^2} \{ M \theta_A + 2A \theta_B + 2V_\beta R_A - 2a\beta R_B \} \\ S_B = -2EK \cdot \frac{\beta^2}{N^2} \{ 2A \theta_A + M \theta_B + 2a\beta R_A - 2V_\beta R_B \} \end{array} \right\} (5)$$

全様にして反力の A, B 点に関するモーメントを  $M_A, M_B$  とすれば、次々次の如くなる。

$$\left. \begin{array}{l} M_A = -2EK \cdot \frac{\beta}{N} \{ (2A\beta - b - \Pi) \theta_A + (M\beta - b - \Pi) \theta_B + \beta(2A\beta - 2A - M) R_A - \beta(2V_\beta - 2A - M) R_B \} \\ M_B = 2EK \cdot \frac{\beta}{N} \{ (M\beta - b - \Pi) \theta_A + (2A\beta - b - \Pi) \theta_B + \beta(2V_\beta - 2A - M) R_A + \beta(2A\beta M + 2A\beta) R_B \} \end{array} \right\} (6)$$

但し (5), (6)式で K: 剛度, A, B, a, b, M, N,  $\Pi, V$  は次の如き定数値である。

$$\left. \begin{array}{l} A = \sin \beta \sinh \beta, \quad a = \sin \beta \cosh \beta + \cos \beta \sinh \beta, \quad N = \sinh^2 \beta - \sin^2 \beta, \quad \Pi = \sinh \beta \cosh \beta - \sin \beta \cos \beta \\ B = \cos \beta \cosh \beta, \quad b = \sin \beta \cosh \beta - \cos \beta \sinh \beta, \quad M = \sinh^2 \beta + \sin^2 \beta, \quad V = \sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta \end{array} \right\} (7)$$

1) 弾性支承梁を含むラーメンの釣合方程式.

世間撓角撓度法に於ける釣合方程式は a) 節点方程式、と b) 剪力方程式であるが、この場合式 (5), (6) より分る如く、撓度の代りに沈下度を使いねばならず、この二つの系統の方程式のみでは不足であつて、弾性支承梁の c) 反力方程式 (傾斜) を用ふればよい。例へば図-2 の場合について考れば、

$$\left. \begin{aligned} \text{剪力方程式: } & M_{AB} + M_{BA} + M_{CD} + M_{DC} + M_B = PL \\ \text{反力方程式: } & S_A - S_B = -P \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となり之と節点方程式 (A, D 点) ニつて計 4 つの条件式 未知量は  $\theta_A, \theta_D, R_A, R_D$  の 4 つであるので問題は解ける訳である。

計算過程を实例に於て行つた結果、本方法の方が昨年発表した方法より数分の一の時間であり且より一般的である。

### III 光弾性実験

図-2 に示す如き模型 (エポキシ樹脂).

とゴム板上におき対称集中荷重を載荷し等色写真<sup>1)</sup>より、その表面応力を求め更に各部材の軸力及び曲げモーメント分布を求めた。

### IV. 実験結果と計算結果との比較

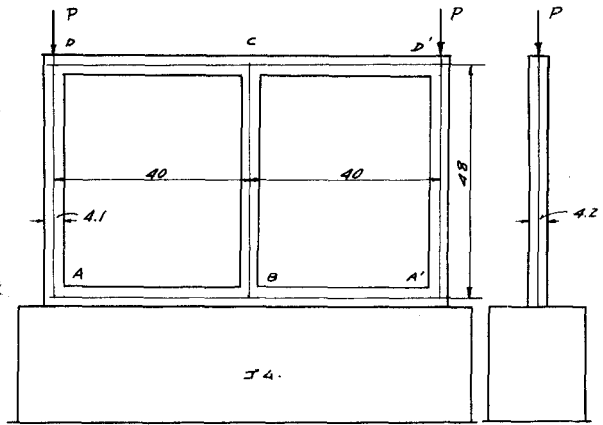
計算結果については昨年発表した方法と本方法とに考へ方の相違がないので、数値計算中に入る誤差以上の差が出ない事も確かめた。

図-2 の如き状態で  $P = 4.706 \text{ Kg}$ .

$D = 7.236 \text{ Kg/cm}^2$   $R = 18.88 \text{ Kg/cm}^2, 20.83 \text{ Kg/cm}^2$

の二つの場合について、実験結果、本計算法及び等分布反力と考へた方法の結果を比較すると、(曲げモーメント) 図-3 に示す如くなる。

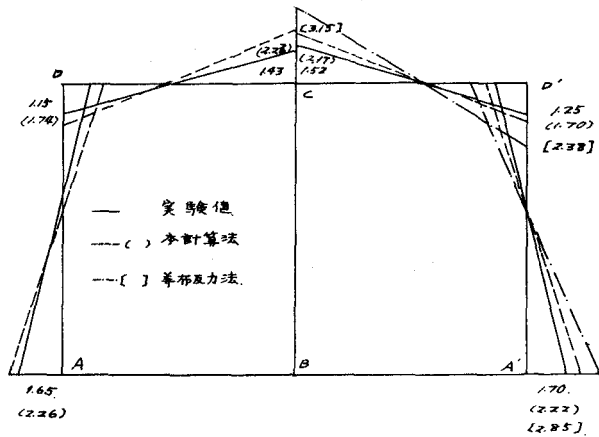
尚其他の荷重状態についてこの比較は当日発表する。



(a) 単位: mm.

(b)

Fig-2



a)  $R = 18.88 \text{ Kg/cm}^2$

b)  $R = 20.83 \text{ Kg/cm}^2$

単位 kg-cm.

Fig-3.