IV—34　駐車場規模のOR的設計

京都大学工学部　正員　米谷栄二
横浜市水道局　　正員○青木孝之

経済的に最適な駐車場の容量を定めるに当って、ORの一手段である「待合せ理論(Queuing Theory)」を用いることができる。待ち時間の問題は、サービスを求めているものが、サービスを提供する施設が満員のため無為に時を過す、すなわち待ち合せる場合に起るものである。駐車場に出入する車の流れに対する施設の計画設計で問題とすべきことは、できるだけ少ない施設で、できるだけ多くの車を経済的に処理することである。駐車現象において、駐車時間の分布が指数分布、到着分布がPoisson分布に従うことが、これまでの研究で明らかにされている[1]。本研究では駐車場をこのようなexponential channelを持ったsystemと考えて駐車場の最適容量を算出した。すなわち、サービス率μを持ったM個の等しいexponential channelが並行してサービスに供せられるものとする。こゝに$\mu=1/T_s$，T_sは平均サービス時間である。また平均到着率λは到着の平均間隔の逆数である。systemにn単位が存在する確率をP_nとすると、統計的平衡状態における釣合方程式は，

$$\left.\begin{aligned}&\mu P_1-\lambda P_0=0\\&(n+1)\mu P_{n+1}+\lambda P_{n-1}-(n\mu+\lambda)P_n=0,\quad(0<n<M)\\&M\mu P_{n+1}+\lambda P_{n-1}-(M\mu+\lambda)P_n=0,\quad(M\leqq n)\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

駐車場の場合駐車スペースM台を超える車は駐車することができず、しかも待合せることができないので、nはMより大きくなりえない。このようなときは式(1)の解として、

$$\left.\begin{aligned}&P_n=e_n(\rho M)/E_M(\rho M),\quad(0\leqq n\leqq M),\quad(\rho=\lambda/M\mu:\text{utilization factor})\\&\text{たゞし、}e_n(x)=x^ne^{-n}/n!,\qquad E_M(x)=\sum_{n=0}^{M}e_n(x)\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

が得られる。また駐車場内の平均車数は，

$$L=\sum_{n=0}^{M}nP_n=M\rho\frac{E_{M-1}(\rho M)}{E_M(\rho M)}\quad(3)$$

有料駐車場を経営する場合、料金を単位時間G円とすると、単位時間当りの総売上げはμLG円となり，1 channel 当りの経費をE円/時間とすると、純利益は

$$\mu LG-ME=\lambda G[E_{M-1}(\lambda/\mu)/E_M(\lambda/\mu)]-ME\quad(4)$$

と考えられるので、この式から与えられたλ,μ,G,Eに対して最適のMを求める。式(4)から

$$\frac{E_{M-1}(\lambda/\mu)}{E_M(\lambda/\mu)}-\frac{E}{\lambda G}M\quad(5)$$

式(5)の第1項はMの単位の増加に対して、$\dfrac{E_M(\lambda/\mu)}{E_{M+1}(\lambda/\mu)}-\dfrac{E_{M-1}(\lambda/\mu)}{E_M(\lambda/\mu)}$だけ増加し、第2項の増分は、$E/\lambda G$なる定数であるから、第1項の増分が$E/\lambda G$よりも大きくなるとMを一層増大さ

せることにより純益も増加する。逆に $E/\lambda G$ よりも小さいときは、Mを増加させると純益は減少する。従って最も近似的に、

$$\frac{E_M(\lambda/\mu)}{E_{M+1}(\lambda/\mu)}-\frac{E_{M-1}(\lambda/\mu)}{E_M(\lambda/\mu)} \fallingdotseq \frac{E}{\lambda G} \tag{6}$$

が成立するような整数Mが求める最適のchannel数すなわちspaceの数となる。[2)]

京都市都市計画課が昭和33年10月に行った、四条烏丸を中心とする半径350mの区域内における駐車実態調査に基ずいて四条烏丸に駐車場を計画してみる。実態調査から $T_s=75$ 分、$\lambda=45$ 台/時(乗用車対象)である。同課の計画では地代および建設費は1台当り180万円であるのでこれを起債利息年7分の10年間償却とすると、1 space 当り25万円/年となる。駐車場の維持経営費は3万円/年/台となり、E＝28万円/年/台＝32円/時/台である。駐車料金は $G=50$ 円/時とした。こゝで10年間償還としたので年毎に λ が変るとして、10年間 ($\lambda=\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_{10}$) の純益は、式(4)を用いて

$$365\times24\left[\left\{\lambda_1G\left[E_{M-1}\left(\tfrac{\lambda_1}{\mu}\right)\Big/E_M\left(\tfrac{\lambda_1}{\mu}\right)\right]-ME\right\}+\left\{\lambda_2G\left[E_{M-1}\left(\tfrac{\lambda_2}{\mu}\right)\Big/E_M\left(\tfrac{\lambda_2}{\mu}\right)\right]-ME\right\}+\cdots+\left\{\lambda_{10}G\left[E_{M-1}\left(\tfrac{\lambda_{10}}{\mu}\right)\Big/E_M\left(\tfrac{\lambda_{10}}{\mu}\right)\right]-ME\right\}\right] \tag{7}$$

となるのでこれを最大にするMを求める。365x24Gで除してまとめると

$$\lambda_1\left[E_{M-1}\left(\tfrac{\lambda_1}{\mu}\right)\Big/E_M\left(\tfrac{\lambda_1}{\mu}\right)\right]+\lambda_2\left[E_{M-1}\left(\tfrac{\lambda_2}{\mu}\right)\Big/E_M\left(\tfrac{\lambda_2}{\mu}\right)\right]+\cdots+\lambda_{10}\left[E_{M-1}\left(\tfrac{\lambda_{10}}{\mu}\right)\Big/E_M\left(\tfrac{\lambda_{10}}{\mu}\right)\right]-10\frac{E}{G}M \tag{8}$$

従って最も近似的に、

$$\sum_{\lambda=\lambda_1}^{\lambda_{10}}\lambda\left\{\frac{E_M(\lambda/\mu)}{E_{M+1}(\lambda/\mu)}-\frac{E_{M-1}(\lambda/\mu)}{E_M(\lambda/\mu)}\right\}\fallingdotseq 10\frac{E}{G} \tag{9}$$

ならしめる整数Mが求める最適解である。

こゝで λ は市内主要道路の交通量の増加に比例させ、交通量の推定は V_0, V_n および V_t をそれぞれn年前、現在および十年後の交通量として、$V_t=V_0+\frac{t}{n}(V_n-V_0)$ なる式を用いた。

式(9)を計算するのに $E_M(x)$ の表が必要であるので5台を1単位として $x=130$ まで計算して表を作成した。$E_M(x)$ の表を用いると、M＝145のとき、式(9)の左辺の値は8.3，M＝150のときは4.1となり、$10E/G=6.4$ であるので、最適駐車場容量は約145台となる。

参考文献

1) 毛利正光：駐車現象の統計解析、土木学会論文集第66号 P.59～64 (昭35.1)

2) Philip M. Morse : Queues, Inventories and Maintenance, Jhon Wiley (1957)