Ⅲ—30　模型歪みについて

京大防災研究所　正員　足立昭平
京大大学院学生　正員　○村本嘉雄

一般に，開水路模型実験では，布設用地，計測能力などに制約されるため，縮尺選定にあたって，鉛直，水平方向を独立に定めたいわゆる歪み模型を用いることが多い。しかし，従来この模型歪みは，単に便宜的な手法と考えられているだけで，相似律と関連づける試みはみられない。本研究では，開水路水流の基礎方程式より相似条件式を誘導し，特に抵抗の相似条件式における模型歪みの効果について検討したいと思う。

1．開水路水流の相似条件式

一様矩形断面の開水路水流の基礎方程式は，対象とする流れを乱流とし，抵抗が流速の自乗則に従うとすると，つぎのように与えられる。

$$\begin{cases} \text{運動方程式} \quad \dfrac{\partial U}{\partial t}+U\dfrac{\partial U}{\partial x}=g\left(i-\dfrac{\partial H}{\partial x}\right)-\dfrac{\lambda U^2}{2R} \\ \text{連続方程式} \quad \dfrac{\partial H}{\partial t}+\dfrac{\partial (UH)}{\partial x}=0 \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

ここで，Hは水深，Uは平均流速，iは路床勾配，Rは径深，λは摩擦係数，gは重力の加速度，xは流下方向にとった距離，tは時間である。

いま，(1)式を無次元量で表わすことを考える。$x, t, H, U, R, \lambda, i$に対する代表値をそれぞれ$X_0, T_0, H_0, U_0 (=X_0T_0^{-1}), R_0, \lambda_0, i_0$とし無次元化した量に(′)をつけて表わすと，(1)式は，

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U'}{\partial t'}+U'\dfrac{\partial U'}{\partial x'}=g\left(\dfrac{i_0T_0^2}{X_0}i'-\dfrac{H_0T_0^2}{X_0^2}\dfrac{\partial H'}{\partial x'}\right)-\lambda_0\dfrac{X_0}{R_0}\dfrac{\lambda' U'^2}{2R'} \\ \dfrac{\partial H'}{\partial t'}+\dfrac{\partial (U'H')}{\partial x'}=0 \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

となる。規模の異なった二つの開水路で，流水の運動現象が相似であるためには，(2)式がすべて無次元表示されねばならないから，

$$\frac{i_0T_0^2}{X_0}=\frac{H_0T_0^{-2}}{X_0^2}=\lambda_0\frac{X_0}{R_0}=1$$

であって，これより相似条件式として，

$$i_0=H_0X_0^{-1} \quad \cdots\cdots (3) \qquad T_0^2=X_0^2H_0^{-1} \quad \cdots\cdots (4) \qquad \lambda_0=R_0X_0^{-1} \quad \cdots\cdots (5)$$

の三式が同時に成立することを要する。以下添字(₀)を付した物理量は二つの開水路の物理量の比を表わすと考えると，(3)式は勾配の縮尺で通常，模型歪みといわれる量であり，(4)式は長さの縮尺に対応して時間の縮尺を規定するいわゆる Froude の相似則を示し，また(5)式は摩擦係数の比で抵抗の相似関係を表わす。さらに，これらの相似条件式の内容を吟味してみると，(3)，(4)式は流水の純力学的運動を規定するもので縮尺選定も明確であるが，(5)式は未確定な量λ_0を含んでおり，しかも開水路の流れでは摩擦過程が支配的であるだけに最も重要な条件式と考えられる。以下二つの規模の異なった開水路として，原型河川，

模型水路を対象とし，おもに(5)式について考察を進める。

まず，摩擦係数の表示について考えると，原型河川では流れの性状の複雑さから，単に平均的な水理量を関係づける経験式が用いられており，一般にManningの摩擦係数nで整理されているものが多いのでnで表わすことにする。nとλの関係は，

$$n = g^{-\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{6}} \left(\frac{2}{\lambda}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

で与えられるから，いま原型，模型に対する量にそれぞれ添字p，mをつけて表わすと，(5)式は

$$\sqrt{\frac{2}{\lambda_m}} = g^{-\frac{1}{2}} n_p^{-1} R_p^{\frac{2}{3}} X_p^{-\frac{1}{2}} R_m^{-\frac{1}{2}} X_m^{\frac{1}{2}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

と変形される。原型河川では，一般に水深に比して水路巾が広く，径深は水深にほぼ等しいとみなせるから，$R_p = H_p$とし，またR_mを無次元量$\gamma_m (= 2H_m/B_m)$を用いて$R_m = H_m/(1+\gamma_m)$と表わすと，(6)式は，

$$\sqrt{\frac{2}{\lambda_m}} = g^{-\frac{1}{2}} n_p^{-1} H_p^{\frac{2}{3}} X_p^{-\frac{1}{2}} (1+\gamma_m)^{\frac{1}{2}} H_m^{-\frac{1}{2}} X_m^{\frac{1}{2}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

となる。

2．模型歪みと相似条件式

水深，流下方向距離，および水路巾の模型縮尺を関連づける三次元歪みは，

$$\epsilon_1 = H_o X_o^{-1} \quad \cdots\cdots (8) \qquad \epsilon_2 = B_o X_o^{-1} \quad \cdots\cdots (9) \qquad \epsilon_3 = \epsilon_1 \epsilon_2^{-1} = H_o B_o^{-1} \quad \cdots\cdots (10)$$

で与えられ，(8)，(10)式が鉛直歪み，(9)式が平面歪みを表わす。いま，このうちϵ_1，ϵ_2を独立な量として選び，上述の相似条件式(3)，(4)式，および(5)式を変形した(7)式に代入し，模型，原型間の関係を求めると，

$$i_m = \epsilon_1 i_p \quad \cdots\cdots (3)' \qquad t_m = \epsilon_1^{-1} H_m^{-\frac{1}{2}} H_p^{\frac{1}{2}} t_p \quad \cdots\cdots (4)'$$

$$\sqrt{\frac{2}{\lambda_m}} = K \cdot \epsilon_1^{-\frac{2}{3}} \epsilon_2^{-\frac{1}{6}} \gamma_m^{\frac{1}{6}} (1+\gamma_m)^{\frac{1}{2}} \qquad \cdots\cdots (5)'$$

ただし　$K = g^{-\frac{1}{2}} n_p^{-1} \left(\frac{B_p}{2}\right)^{\frac{1}{6}}$

となる。また，一般によく用いられる水平縮尺一定とした二次元歪み模型では，$\epsilon_2 = 1$，$\epsilon_1 = \epsilon_3$であるから，抵抗の相似条件式は，

$$\sqrt{\frac{2}{\lambda_m}} = K \, \epsilon_1^{-\frac{2}{3}} \gamma_m^{\frac{1}{6}} (1+\gamma_m)^{\frac{1}{2}} \qquad \cdots\cdots (5)''$$

と表わされる。

以上により，相似条件式における模型歪みの効果が明らかとなる。特に，抵抗の相似条件式(5)′，(5)″式は模型水路の人工粗度を規制するもので，あらかじめ人工粗度の抵抗特性を$\sqrt{2/\lambda} \sim \gamma$の関係で図化しておくことにより，各模型歪みに対応する模型粗度を選定することができる。この模型歪みを考慮した人工粗度の適用法に関しては，講演の際に実例をもって報告する予定である。