Ⅲ—29 仮想質量と水中における柱の振動

早稲田大学　　正員　桜井彰雄

1．水中に立てられた柱が運動する時，柱が水より受ける作用を知るために行った予備的な実験の報告であって，二次元解との関係を調べるのが目的である。一般に，三次元解を求めることよりは二次元解を求めることの方がはるかに容易であるから，もし水圧の鉛直分布に対する自由表面の影響が柱の断面形状に一義的に関係しないならば，水圧の鉛直分布を仮定して動水圧の分布を近似的に表わすことが出来る。この実験では水の作用を質量として測定し，円柱における理論値を基にして比較，考察を試みた。

2．実験は図.1に示す装置で行い，模型を空中及び水中で振動させ，バネ系の固有周期を測定して水の作用を質量 —— 附加質量 —— として算出した。

模型はすべて木製で，その形状及び寸法は次の通りである。

円柱（直径 $2a$ × 長さ）　単位 cm.
　6×40，8×40，10×40
角柱（巾 $2a$）
　$6\times6\times40$，$8\times4.5\times40$，$10\times3.6\times40$
平板（巾 $2a$，厚さ 1.5）
　6×40，8×40，10×40

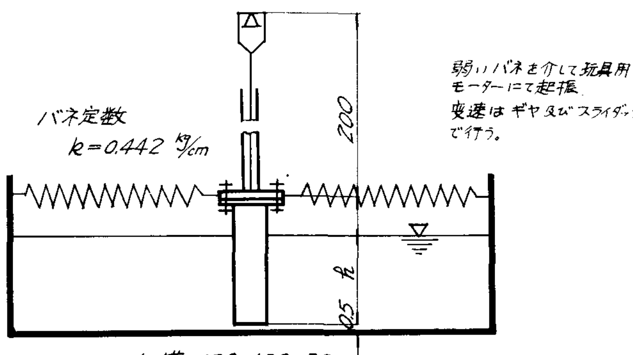

図 1

以上，9種類のものについて，水深 h を，15^{cm}，20，25，30，35 の5段階に変化させて測定した。（$a/h = 0.086 \sim 0.333$）

図1において，このバネ系の質量を M，附加質量を m 及び，水がある時の固有周期を $T^{sec.}$，水がない時 $T'^{sec.}$ とすれば，

$$m = \beta\cdot\frac{k}{4\pi^2}\left(T^2 - T'^2\right)$$

β：回転慣性による補正値

として附加質量を求めることが出来る。周期の測定はストップウォッチを用いた。

3．次元解析の結果

$$\frac{\text{附加質量}}{\text{柱が排除した水の質量}} = \psi\left(\frac{a}{h}\right)$$

の形に表わすことが出来る。

水を完全流体（非圧縮）とみなして次の境界条件でラプラスの方程式を解けば，円柱の場合には容易に $\psi(a/h)$ を求めることが出来る。

池は一定水深 h で無限に広く，円柱は半径方向水平に並進運動して，撓まないものとし，

境界条件　(i) 固体壁で法線方向の相対速度は0。　(ii) 圧力は柱より無限に離れた所で0。　(iii) 圧力は自由表面(静水面)で0。

$$\therefore \quad \psi\left(\frac{a}{h}\right) = \frac{2}{a/h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{2n+1}{2}\pi\right)^3} \cdot \frac{K_1\left(\frac{2n+1}{2}\pi \cdot a/h\right)}{K_1'\left(\frac{2n+1}{2}\pi \cdot a/h\right)}$$

$K_1(z)$: 変形ベッセル函数(第二種)

$K_1'(z) = \frac{d}{dz}K_1(z)$

$\psi(a/h)$ 及び円柱の場合の測定値を図2に示す。$a/h \to 0$ の時 $\psi(a/h) \to 1$ でよく知られている二次元解に近ずく。

巾 $2a$ の板が V の速度で板に直角な方向に運動する場合の速度ポテンシャル φ は、二次元の時、　$\varphi = V \cdot a e^{-\xi} \sin\eta$

で表わされるから[1]、附加質量と直径 $2a$ なる円柱の排除した水の質量の比は1で、円柱の場合と同じである[2]。測定値を図.3に示す。

本実験によれば、巾 $2a$ の平板の場合、柱が排除した水の質量として直径 $2a$ の円柱を採った場合よりは、図4に示した角柱の場合のように、一辺 $2a$ なる正方形断面を持つ柱として計算した方が $\psi(a/h)$ の曲線とよく一致する。　円柱に作用する動水圧 p は、近似的に次の形で表わすことが出来る。

$$p = \alpha g \cdot \rho h \cos\theta \cdot \phi(a/h) \cdot (1 - z/h)^{a/h}$$

α：水平震度　ρ：水の密度

θ について積分し鉛直方向 z のみの分布に直せば、　$P = \alpha g \cdot \rho \pi a^2 h \cdot \phi(a/h) \cdot (1 - z/h)^{a/h}$ [t/m]

の形になるから、平板及び角柱の場合には水圧の鉛直分布が円柱の場合と同じであると仮定すると、上式の πa^2 を $4a^2$ に置換えれば、$\phi(a/h)$ は円柱と同じ値を用いてよい事になる。

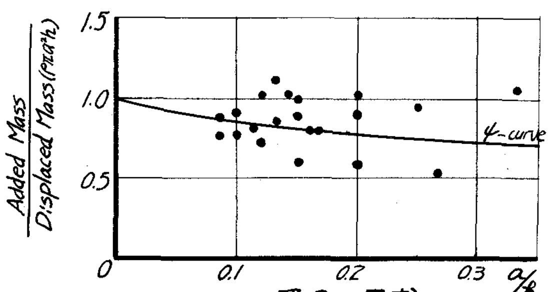

図.2　円柱

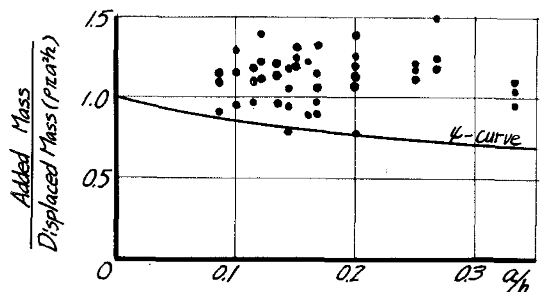

図.3　平板

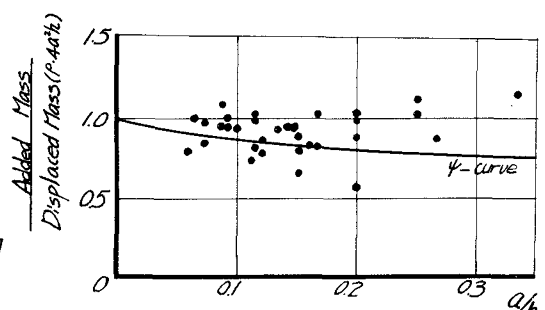

図.4　角柱

参考文献

(1) A.S. Ramsey : Hydrodynamics　Bell & Sons 1949　P. 102〜104.

(2) T.E. Stelson & F.T. Mavis : Virtual Mass and Acceleration in Fluids . Proc. A.S.C.E 1955 vol. 81. sep. No. 670