

III-24 漂砂の移動限界流速について

京都大学工学部 正員 石原 藤次郎
京都大学防災研究所 正員 榎本 亨

著者らは昨年の土木学会関西支部学術講演会において、水の非定常現象下における砂の移動限界について、その研究成果を發表し、図-1に示すような限界摩擦速度、砂の粒径、密度などの関係を明らかにした。これらは加速度の小さい場合の実験であるにもかかわらず、非定常現象の影響が明確にあらわれ、その定常流と非定常流の差違が抗力係数(drag coefficient)によるものであることを論求した。

ここではこの基礎的な実験結果を波浪による砂礫の移動に適用して漂砂の移動限界流速を求めるとともに、さらに砂粒に作用する力の平衡状態から理論的に砂の移動限界流速と粒径および波の周期との関係を考察することにした。

(1) 砂の移動開始時における加速度の影響

波浪運動のような非定常現象下における砂粒に働く力 F は(1)式のように表わされる。

$$F = \frac{\pi P}{6} d^3 C_M \frac{du}{dt} + \frac{\pi P}{8} C_{Du} d^2 u^2 \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 d は砂粒の粒径、 P, u は水の密度、流速であり、 C_M は仮想質量係数、 C_{Du} は非定常流における抗力係数である。図-1で求めた結果は加速度が非常に小さく、かつ粒径が細かい砂を対象としているため、(1)式の右辺第1項(加速度項)が右辺第2項(抵抗項)に比較して非常に小さい場合である。したがってこの結果を波に適用する場合、砂の移動開始時において加速度による力が全作用力に対してしめる割合を検討する必要がある。

浅海波理論を用いると、砂流境界層内部では(1)式中の u および $\frac{du}{dt}$ は次の2式で示される。

$$u = \omega A [\sin(\omega t) - e^{-\beta d} \sin(\omega t - \beta d)] \quad \text{----- (2)}$$

$$\frac{du}{dt} = \omega^2 A [\cos(\omega t) - e^{-\beta d} \cos(\omega t - \beta d)] \quad \text{----- (3)}$$

ここに、 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $A = \frac{H}{2} \frac{1}{\sinh \frac{2\pi h}{L}}$ で T, H, L は水深 h における周期、波高、波長であり、 t は時間である。

また(1)式の C_{Du} として定常流の抗力係数 $C_{Ds} = 10(u/d)$ の1.6倍を用い、 C_M の値を1.5とすれば、(1)式は(4)式のようになる。

$$F = n \left\{ 0.251 \left(\frac{d}{H} \right) [\cos(\omega t) - e^{-\beta d} \cos(\omega t - \beta d)] + 0.364 \times 10^{-3} \left(\frac{d}{H} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{H}{L} \right)^{-1} T^{-\frac{3}{2}} (\sinh \frac{2\pi h}{L})^{-\frac{1}{2}} [\sin(\omega t) - e^{-\beta d} \sin(\omega t - \beta d)] \right\}^{\frac{3}{2}},$$

$$n = \frac{\pi P}{2} g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 T^{\frac{1}{2}} \left(\frac{d}{H} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{H}{L} \right)^{\frac{1}{2}} (\sinh \frac{2\pi h}{L})^{-\frac{1}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}, \quad \text{----- (4)}$$

ここに、 L は沖波の波長、 ν は水の動粘性係数を表わす。

(4)式中の $[\cos(\omega t) - e^{-\beta d} \cos(\omega t - \beta d)]$ は、 ωt にそれぞれの値を代入して検討した結果、ほぼ1に近いかあるいは1より小さいことがわかったから、(4)式の加速度項(右辺第1項)は、 $0.251 \cdot n^{\frac{1}{2}}$ に u としいか、あるいはそれより小さい値をとると考えてよい。

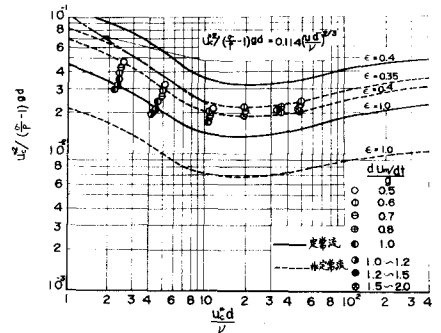


図-1 限界摩擦速度の無次元表示

表-1. K の値

H/L	0.01	0.03	0.05	0.08	0.10	0.12	0.15	0.20
0.01	6.26	11.5	15.5	21.3	26.3	30.1	35.7	48.0
0.02	3.12	5.16	6.61	10.6	13.1	14.9	17.8	24.5
0.03	2.10	3.26	3.35	7.14	8.15	10.1	11.9	16.1
0.05	1.25	2.30	3.14	4.51	5.25	6.02	7.12	7.51
0.07	0.855	1.64	2.21	3.05	3.73	4.24	5.05	6.85

一方、砂の移動開始時に砂粒に作用する全作用力 F は、砂粒相互の遮蔽効果を考慮して、砂粒の摩擦力 F' との平衡条件、すなわち(5)式から求めることができる。

$$F/\epsilon = F \quad \dots\dots (5) \quad F' = \left\{ \frac{\pi}{6} \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d^3 \tan \phi \right\} \quad \dots\dots (6)$$

ここに、 σ は砂の密度、 g は重力の加速度、 ϕ は砂の摩擦角、 ϵ は遮蔽係数である。いま、 $\tan \phi = 1$ 、 $\sigma = 2.65$ 、 $\epsilon = 0.35$ として(5)式をかきなおすと、砂が動き出すときの全作用力 F は(7)式で示される。

$$F = F'/\epsilon = 0.269 \cdot n \cdot \left(\frac{d}{H} \right) \cdot \left(\frac{H}{L_0} \right)^{1/2} \cdot (\sinh \frac{2\pi h}{L}) = n \cdot K \cdot \frac{d}{H} \quad \dots\dots (7)$$

(7)式中の K の値は表-1 に示す。したがって加速度による力と全作用力の比は、砂が動き出すときの phase が加速度項の最大を示す場合であつたとしても、(8)式によつて與えられる
(加速度による力)/(全作用力) = $0.251/K$ $\dots\dots (8)$

値より小さいことがわかるから、加速度による力が全作用力の $1/10$ 以下となる領域は表-1 において斜線で囲んだ範囲となり、この領域では加速度の影響を無視してもよいようである。

(2) 波による砂の移動限界流速

(a) 基礎実験結果の適用：ここでは(1)で述べた加速度項が無視できる領域の砂の移動限界流速について論議する。波の運動下における砂流境界底内においては(2)式に示す流速を與えるから、浅水波理論に基づく底部の水粒子速度(図-2 参照)

$U_b = \omega A \sin(\omega t)$ と摩擦速度 u^* との関係は、

$$(U_b/u^*)^2 = \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} A \sin^2(\omega t) / \sin(\omega t + \pi/4) \quad \dots\dots (9)$$

となり、底部の最大水粒子速度 U_{bmax} と u^* の関係は、

$$(U_{bmax}/u^*)^2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \cdot A \quad \dots\dots (10)$$

となる。この関係を用いて図-1 より砂の移動限界流速 U_{bc} と T の関係を求めると、例えば $d = 0.235 \text{ mm}$ 、 $\sigma = 2.49$ の砂に対しては図-3 に示すような曲線がえられる。なお同図には Manohar の実験値もあわせてプロットしてある。

(b) 理論的考察：つぎに移動限界時の砂の平衡状態から砂の移動限界流速を求めてみよう。(1)で述べたように加速度項がほとんど無視できる領域では(11)式が成立する。

$$\left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d^3 \tan \phi \right\} = \frac{\epsilon \pi}{8} \cdot C_{Du} U_c^2 d^2 \quad \dots\dots (11)$$

上式中の u は(2)式で示されるが、これは ωt 、 βd にそれぞれの値を與えて計算した結果、 $\omega t = \pi/2$ の近傍で最大を與えることがわかつた。したがつて、(11)式中の U_c に(2)式の $(U)_{\omega t = \pi/2}$ を代入し、 $(U_b)_{\omega t = \pi/2} = \omega A$ の関係を用いて整理すると

$$\left\{ U_{bc}^2 / \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \tan \phi \right\} = \frac{4}{3\epsilon} \cdot \frac{1}{C_{Du}} \left[1 - e^{-0.706 \sqrt{\beta d}} \cos(0.706 \sqrt{\beta d}) \right] \quad \dots\dots (12)$$

となる。この式において $\epsilon = 0.35$ 、 $\tan \phi = 1$ として限界流速を求めると図-4 の実線で示す関係がえられる。なお同図の割線は図-1 から(a)の方法で求めた値である。最後に本研究が文部省科学研究費による研究の一部であることを付記する。

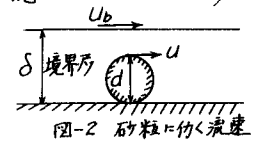


図-2 砂粒に付く流速

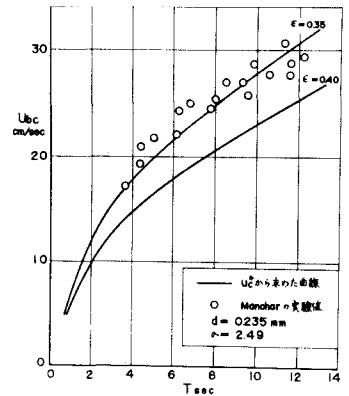


図-3 U_{bc} と T の関係 ($d = 0.235 \text{ mm}$)

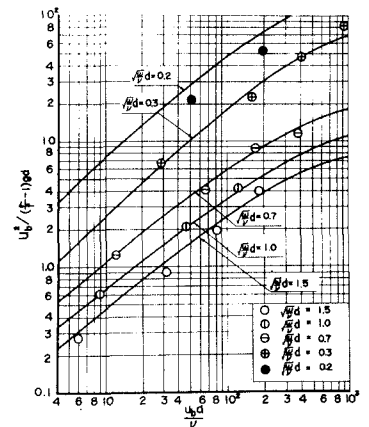


図-4 底部限界流速の無次元表示