III—21 天井川の二・三の水理学的特性について

京都大学工学部　正員　工博　岩佐義朗

天井川はいわば人類が長年に亘って作り上げた一種の人工的な滲透性水路であり，それ自体は普通の河川にみられるものと異なった多くの水理学的特徴をもっている。しかしながら，従来よりこうした天井川の特殊性を水理学的に研究したものは全くないといっても過言でなく，またしたがって，天井川改修工事計画も普通河川における方法に準拠して行なわれてきたようである。ここでは，天井川のような滲透性水路における水面形状と境界特性との関連およびそれに伴なう水理学的特性を理論的に考察し，天井川改修工事計画を立案するに当って対処すべき問題点を水理学的に説明しよう。

天井川を流下する水流は，開水路水理学の分類によれば spatially varied flow であるから，その解析は運動量保存の原理を応用すれば極めて都合よく行なわれる。いま，水路断面が一様な矩形であるとすると，河床にそって x 軸をとれば，水流はつぎの連続方程式および運動量方程式によって近似的にあらわされる。

i. 連続方程式　$(dQ/dx) = -q$,　(1)

ii. 運動量方程式

$$\left.\begin{aligned}(dh/dx) &= \left[\sin\theta - (n^2Q^2/b^2h^{\frac{10}{3}})\{1+(2h/b)\}^{\frac{4}{3}} + (2\beta qQ/gb^2h^2)\right]/\\ &\quad \{\cos\theta - (\beta Q^2/gb^2h^3)\} = f_1(x,h)/f_2(x,h),\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

ここに，Q は流量，q は単位長さ当りの滲透量，h は水深，b は水路巾，n は Manning の粗度係数，g は重力の加速度，β は Coriolis の運動量補正係数，θ は水路の勾配である。

滲透水流は一般に Darcy の法則に従がうものと考えられるが，地下水位が極めて低いと，その量は滲透係数に比例するようになる。したがって，(1)および(2)式を著者がさきに明らかにした開水路定常流の一般理論に従がって解析すれば，天井川における水流の水理学的特性は解明されるが，いま簡単のため，滲透係数が一定であるとすると，(1)および(2)式の右辺に x が直接には含まれないから，その水面形状を流量 Q の関数として取り扱う方が便利である。この場合，$\sin\theta \approx \tan\theta = i$，$\cos\theta \approx 1$ とおき，

$$h = b\eta,\quad x = b\xi,\quad Q^2 = (gb^5/\beta)\Omega^2,\quad q^2 = (gb^3/\beta)\omega_0^2,\quad n^2 = (\beta b^{\frac{1}{3}}/g)n'^2,$$

という無次元量を用いると，(1)および(2)式は，

$$\begin{aligned}(d\eta/d\Omega) &= -\{i - (n'^2\Omega^2/\eta^{\frac{10}{3}})(1+2\eta)^{\frac{4}{3}} + (2\omega_0\Omega/\eta^2)\}/\omega_0\{1-(\Omega^2/\eta^3)\},\\ &= -f_1(\Omega,\eta)/f_2(\Omega,\eta),\end{aligned} \quad (3)$$

となる。

特異点の位置は，(3)式の分母および分子をそれぞれ 0 とおいた式より求められ，

$$i\eta_c^{\frac{1}{2}} = n'^2\eta_c^{\frac{1}{6}}(1+2\eta_c)^{\frac{4}{3}} - 2\omega_0, \quad (4)$$

$$\Omega_c = \eta_c^{\frac{3}{2}}, \quad (5)$$

$$\xi_c = (\Omega_0 - \Omega_c)/\omega_0, \quad (6)$$

とあらわされる。ここに，添字の c および 0 はそれぞれ特異点および天井川が初まる点における値を示している。したがって，特異点における無次元水深は一定の水路では河床構

成材のもつ粗度と滲透係数とによって一義的に与えられ，またその位置は水深のみならず天井川が初まる点における初期流量によっても変化することがみられよう。

いま，(4)～(6)式によって与えられる特異点へ(3)式の座標原点を移動させると，特異点の近傍における水面形状は，$\eta=\eta_c+\eta'$，$\Omega=\Omega_c-\Omega'$，$\eta_c\gg\eta'$，$\Omega_c\gg\Omega'$，という関係を用いて近似的に

$$(d\eta'/d\Omega')=(c\Omega'+d\eta')/(a\Omega'+b\eta'), \tag{7}$$

ここに，

$a=(2\omega_0\Omega_c/\eta_c^3)>0$，　　$b=(3\omega_0\Omega_c/\eta_c^3)>0$，

$c=(2/\eta_c^2)\{\omega_0+(i\Omega_c/\eta_c)\}>0$，　　$d=2\Omega_0(5i\Omega_c+6i\eta_c\Omega_c+4\omega_0\eta_c)/4\eta_c^4(1+2\eta_c)>0$，

とあらわされる。明らかに，特異点は鞍形点か結節点であるが，この両者の種類は(7)式の特性方程式よりえられるつぎの条件，

$$6i\eta_c^{\frac{3}{2}}+18\omega_0\eta_c-i\eta_c^{\frac{1}{2}}+\omega_0 \gtrless 0, \quad \begin{matrix}\cdots\cdots\text{鞍形点}\\ \cdots\cdots\text{結節点}\end{matrix} \tag{8}$$

によって判別される。

以上のように，天井川を流下する水流の運動方程式(3)を数学的に解析してえられる結果を水理学的に解釈すれば，天井川の水面形状およびその水理学的特性を明らかにすることができる。水面形状と水路特性との関連ならびに改修計画を立案するに当って生ずる水理学上の問題点の詳細は講演時に説明を行なうが，いま，各種水路特性によってあらわれる水面形状を一般的に示すと図-1～-3のようである。すなわち，図-1および図-2は山地の不滲透性水路から天井川へ移行した場合におけるものであり，この場合，不滲透性水路は緩勾配である。一般には図-1のような水面形状はほとんどみられず，滲透係数が極めて小さく，かつ粗度の大きい天井川においてのみあらわれるにすぎない。図-3は不滲透性水路が急勾配である場合の水面形状をあらわしたもので，普通にみられる天井川における状態を図示したものである。すなわち，水流は一般に射流状態で流れるから，護岸，床固めなどの河川工作物の設計に十分な注意を払う必要がある。

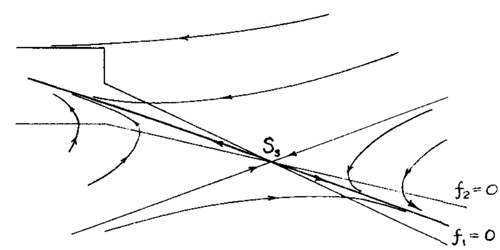

図-1　不滲透性緩勾配水路より天井川へ移行する場合の水面形状（滲透係数が小さいとき）

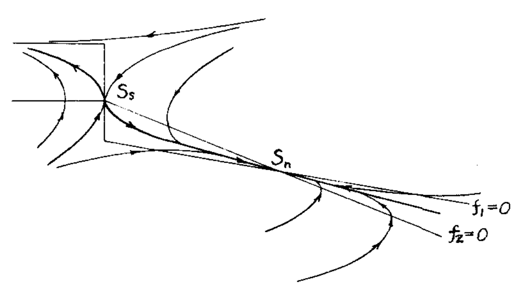

図-2　不滲透性緩勾配水路より天井川へ移行する場合の水面形状（滲透係数が大きいとき）

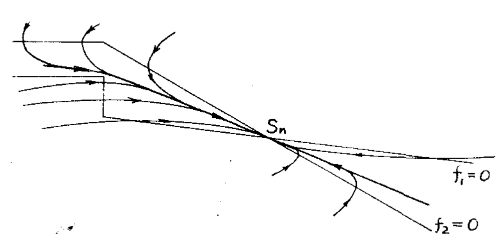

図-3　不滲透性急勾配水路より天井川へ移行する場合の水面形状。

この研究を遂行するに当り，御懇切な指導を賜わった石原教授に感謝の意をあらわすとともに，本研究は文部省試験研究費をうけて行った研究の一部であることを付記する。