III—17 水制周囲の洗掘に関する一考察

神戸大学工学部　正員　杉本修一

筆者は土木学会第14回年次学術講演会（昭34・6・13）および昭和34年度土木学会関西支部年次学術講演会（昭34・11・8）において，橋脚周辺における河床の洗掘は「橋脚周辺における河床に作用する静水圧勾配に大きく作用される」ということを述べ，続いて，楕円壔およびレンズ型断面について実験室内開水路において実験を行った結果，実験値は理論値と同様の性質を有する結果を得たことを述べた。

水制の問題においても，やはり水制周囲の洗掘は「水制周囲の河床に作用する静水圧勾配に大きく支配されるのではないか？」ということが予想される。水制においては洗掘よりも寧ろ堆積の方が重要であると思はれる場合もあるが洗掘機構が判明すれば堆積機構についても推測することが出来るであろうと思われるからである。

岸から突き出ている水制は，岸を軸として対称になった平板が一様な流れの中に置かれた時，平板の中央に対して流れは対称になる。そこで平板の中央より上半面を考えれば，この流れの状態は岸から突き出ている水制周囲の流れと同等である。

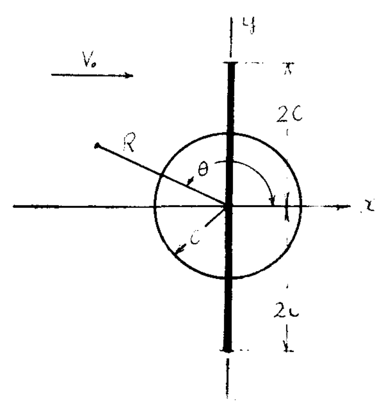
この様な考えに基いて，以下において幾つかの構造例について述べる。

1. 無限に延びた岸よりそれに直角に突き出た一本の水制周囲における流れ。

無限に延びた岸よりそれに直角に突き出た一本の水制周囲における流れは，種々の場合の基礎となるので以下において少し詳しく述べる。この場合は流れに直角に置かれた一枚の平板を考え，その中央より上半面を考えればよい。

ζ－平面において半径 c なる円は

$$z = \zeta - \frac{c^2}{\zeta} \qquad (1)$$



なる写像関数により，z－平面において $z=\pm i2c$ の間の直線に写像される。ζ－平面における円外の任意の点 $\zeta=Re^{i\theta}$ は z－平面において

$$x = \left(R - \frac{c^2}{R}\right)\cos\theta.$$
$$y = \left(R - \frac{c^2}{R}\right)\sin\theta. \qquad (2)$$

なる点に対応する。$R=c$ すなわち半径 c なる円周上は

$$x=0, \qquad y=2c\sin\theta.$$

なる直線となる。

ζ－平面において一様な流れ $V_{0\zeta}$ の中に置かれた半径 c なる円の周囲の流れに対する複素速度ポテンシャル関数 W は

$$W = V_{0\zeta}\left(\zeta + \frac{c^2}{\zeta}\right) \qquad (3)$$

で与えられる。ζ－平面において無限遠における速度 $\left(dW/dz\right)_{\zeta=\infty}$ はz－平面における一様な流れの速度 V_0 に等しいという條件より $V_{0\zeta}=V_0$ となる。ζ－平面における合成速度 v の自乗 v^2 は

$$\frac{v^2}{V_0^2}=\frac{\left(\frac{R^2}{C^2}-1\right)^2+4\frac{R^2}{C^2}\sin^2\theta}{\left(\frac{R^2}{C^2}+1\right)^2-4\frac{R^2}{C^2}\sin^2\theta} \qquad (4)$$

で与えられる。実際に数値計算を行うときには $\theta=\pi\sim\pi/2$ の範囲で行えばよい。

水制周囲における水面の高まりは次ぎのようにして求めることが出来る。無限遠における水深をH，任意の点における水深を h とすればBernoulliの定理により

$$H+\frac{V_0^2}{2g}=h+\frac{v^2}{2g}=\mathrm{const.}$$

$$\therefore\quad \frac{h}{H}=1-\frac{V_0^2}{2gH}\left(1-\frac{v^2}{V_0^2}\right)=1-\frac{V_0^2}{2gH}\left\{1-\frac{\left(\frac{R^2}{C^2}-1\right)^2+4\frac{R^2}{C^2}\sin^2\theta}{\left(\frac{R^2}{C^2}+1\right)^2-4\frac{R^2}{C^2}\sin^2\theta}\right\}. \qquad (5)$$

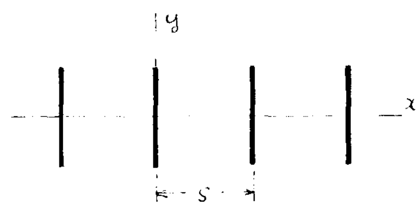
で与えられる。

河床に作用する静水圧 p は水の密度を ρ として， $p=\rho h$ で与えられる。ゆえに圧力勾配 $\mathrm{grad}\,p=\rho\,\mathrm{grad}\,h$ となるので $\mathrm{grad}\,p$ は $\mathrm{grad}\,h$ を計算すればよい。

2. 無限に延びた岸より直角に等しい間隔をもって無限に数多く突き出ている水制周囲における流れ。

つぎのような写像関数を考える

$$z=-\frac{is}{2\pi}\log\frac{i\zeta+a}{i\zeta-a}\,\frac{\left(\frac{c^2}{a}+i\zeta\right)}{\left(\frac{c^2}{a}-i\zeta\right)}. \qquad (6)$$



いま　$\zeta=ce^{i\theta}$ とすればz－平面においては

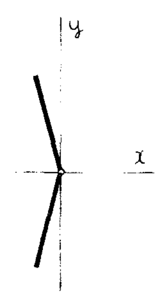
$$z=-\frac{is}{2\pi}\log\frac{a^2+c^2-2ac\sin\theta}{a^2+c^2+2ac\sin\theta}+ns. \qquad (7)$$

となる。これは $z=\pm i\,\frac{s}{\pi}\log\left(\frac{a-c}{a+c}\right)$ の間の直線がx軸にsなる間隔をもって無限に数多く並んだ図形に写像されることが判る。写像関数が判れば以後は前節と同様である。

3. 無限に延びた岸より或る角度をもって突き出ている一本の水制周囲の流れ。

無限に延びた岸より或る角度をもって突き出ている一本の水制周囲の流れを考えるときは中央で折れ曲った平板が一様な流れの中に置かれたとき，その中央より上半面を考えればよい。この様に折れ曲りのある平板に関する写像関数はよく知られているように

$$Z=A\frac{\left(z-ce^{i\theta_c}\right)^{1-k}\left(z-ce^{-i\theta_c}\right)^{1+k}}{z} \qquad (8)$$



で与えられる。この関数を適当に用うればよいわけである。

また，無限に延びた岸より或る角度をもって等しい間隔をもって無限に数多く突き出ている水制の場合には前節で求めた式を適当に組合すことによって求めることが出来る。