Ⅲ−10　水門からの流出について

信州大学工学部　正員　草間孝志

周縁の鋭い孔から流体が流れ出る場合，流れには縮流がおこる。この縮流係数の理論値は不連続流れの理論により求められ，その結果は実験値とかなりよく一致すると云われている。そこで筆者は，可傾型門扉などからの流出を対称として，水門が傾いている場合の簡易式を求めようと思い計算を行った。

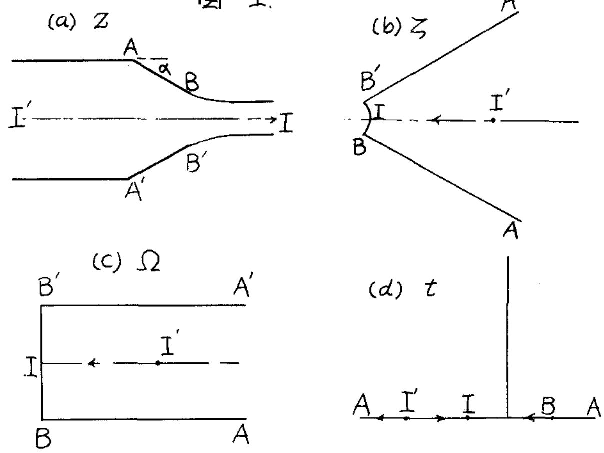
二次元の問題として取扱うと，z平面，ζ平面，Ω平面，t平面，w平面は図のようになる。こゝに

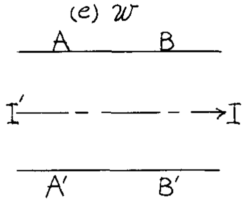
$$\zeta=\frac{1}{V}e^{i\theta}\ ,\qquad \Omega=\log\zeta\ ,$$

$$t=\cosh\frac{\pi}{\alpha}(\Omega+i\alpha)\ ,\quad w=\log\sqrt{\frac{t+1}{t+\varepsilon}}\ ,$$

$$\varepsilon=\left(n^{\frac{\pi}{\alpha}}+n^{-\frac{\pi}{\alpha}}\right)/2\ .$$

図−1.





今，自由流線上に沿うてとった微小長さを ds とすると

$$ds=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-\cos\frac{\pi}{\alpha}\theta}-\frac{1}{\varepsilon-\cos\frac{\pi}{\alpha}\theta}\right)\frac{\pi}{\alpha}\sin\frac{\pi}{\alpha}\theta\cdot d\theta$$

となる。上式をフーリエ級数に展開すると

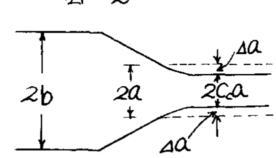
$$ds=\frac{\pi}{\alpha}\sum_{j=1}^{\infty}\left(1-\frac{1}{k^{j}}\right)\sin\frac{\pi}{\alpha}j\theta\cdot d\theta$$

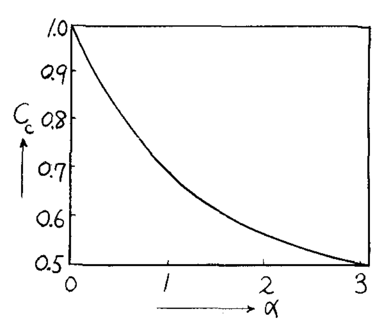
こゝに　$k=n^{\frac{\pi}{\alpha}}$

を得る。よって，図−2における Δa は

$$\Delta a=\int_{\theta=0}^{\theta=\alpha}\sin\theta\cdot ds$$

図−2





にて求めることができる。上式を積分し，さらにその結果を今井春藏氏による級数総和式のうち，微分展開総和式，さらにその中で副変数＝1 の場合の式

$$\sum_{1}^{\infty}f(j)=\int_{0}^{\infty}f(j)dj+\frac{1}{2}f(j)\Big]_{0}^{\infty}+\frac{1}{12}f'(j)\Big]_{0}^{\infty}-\frac{1}{720}f'''(j)\Big]_{0}^{\infty}+\cdots\cdots$$

を用いて整理した結果，ことに b/a がある程度大きいときには（理論的には $b/a=\infty$）縮流係数 C_c は

$$C_c=1/(1+0.441{,}3\,\alpha-0.015{,}39\,\alpha^{3}+0.000{,}338{,}6\,\alpha^{5}-0.000{,}004{,}556\,\alpha^{7}+\cdots)$$

こゝに α はラヂアン，を得た。実験その他は当日報告します。