

Ⅲ-5 最小到達時間を示す樹枝状構造について

九州大学工学部 正負 上田 年比古

1. まえがき ある面積を一橋に分布している量を、下流端に集めるのに、最も理想的な経路は樹枝状となすことは一般に知られている。本報は樹枝状構造についての河本恒夫氏の研究¹⁾を参照して、ある矩形流域に一橋な降雨が降り続けるとき、流域最上流端の雨水の影響が流域下流端に達する時間、すなわち到達時間を最小にする河道の配列を研究した。

2. 構造及び計算仮定

(1) 図-1 に示す矩形流域について、幹川は中央に一橋を通し、次ぎに才1級支川はこれに直交せしめ、さらに才2級支川は才1級支川に直交せしめ、順次このように級を進め、最後に図のハッチの部分のように中央に一橋の支川と、その両側に斜面とをもち矩形小流域に達せしめるものとする。こゝに各級の支川間隔は弄しよものとする。

(2) 一橋の河道については、その上下流を通じて同一断面、同一勾配とする。

(3) 伝播時間は特性勾配法からえられる次の値を用いる。図の最上流端①から②に斜面長 $a_1/2$ を伝播する時間 T_5 は、 $T_5 = \left(\frac{a_1 Y_0}{2} \frac{N}{I} \right)^{3/5} / Y_0$ ----- (1)

②から③への伝播時間 T_4 は、横からの流入量 $a_1 Y_0$ を集めつゝ、 $a_1/2$ の距離を伝播する時間であつて、 $T_4 = \left(\frac{a_1 Y_0 a_1/2}{K} \right)^{1/4} / a_1 Y_0$ ----- (2)

次ぎに③から④に伝播する時間は、③、③'、③'' から流入する支川からの水量を集めて伝播する時間であるが、こゝではこれらの流入水量が、③④の全長にわたつて一橋に横から流入すると考えて計算する。すなわち流入量は河道単位長さ当たり $a_{n-1} Y_0$ である。計算結果は支川の数がかなり多くなり、この仮定によつて生ずる誤差はないものと考えた。

この仮定にしたがえば、 $T_{n-1} = \left(\frac{a_{n-1} Y_0 a_{n-1}/2}{K} \right)^{1/4} / a_{n-1} Y_0$ ----- (3)

以下同様にして、各支川の伝播時間を求めた。こゝに Y_0 は一定の降雨強度、 N は斜面粗度係数、 I は斜面勾配、 K は、いさ河道勾配、 n は河道粗度係数とすれば、

$$\text{マンニング式 } Q = \frac{I}{n} A R^{2/3} = \frac{I}{n} b A^2 = K A^2 \quad (\text{こゝに } K = \frac{I}{n} b) \text{ ----- (4)}$$

によつて示される値で、また b は (4) 式で示される河道断面形より定まる定数である。一般に b は 1.45 程度の値を示すようである。

(4) K は幹川、支川を通じて同一と仮定する。この仮定は計算遂行を可能にするためのものであるが、小支川になる程、 n は大となり、また断面形が小となるため、 b は大となる。したがつて K は小さくなる傾向にあるものと考えらる。

3. 計算方針 図の流域について、 $m_1, m_2, \dots, m_r$ を各級の支川の数、 $a_1, a_2, \dots, a_r$ を各級の流れ相互の間隔とすれば、

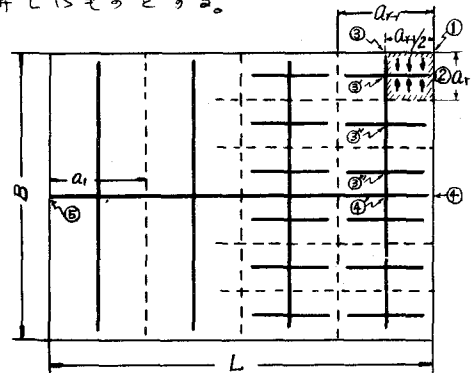


図-1 樹枝状構造図

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= L/m_1 \\ a_3 &= L/2m_1m_3 \\ &\dots\dots\dots \\ a_{r-1} &= L/2^{\frac{r-1}{2}}m_1m_3\dots m_{r-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= B/2m_2 \\ a_4 &= B/2^2m_2m_4 \\ &\dots\dots\dots \\ a_r &= B/2^{\frac{r}{2}}m_2m_4\dots m_r \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

したがって幹川、各支川及び斜面の伝播時間は

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= \gamma_0 \frac{1-p}{p} K^{-\frac{1}{p}} L^{\frac{1}{p}} B^{\frac{1-p}{p}} \\ T_1 &= \gamma_0 \frac{1-p}{p} K^{-\frac{1}{p}} \left(\frac{B}{2}\right)^{\frac{1}{p}} \left(\frac{L}{m_1}\right)^{\frac{1-p}{p}} \\ T_2 &= \gamma_0 \frac{1-p}{p} K^{-\frac{1}{p}} \left(\frac{L}{2m_1}\right)^{\frac{1}{p}} \left(\frac{B}{2m_2}\right)^{\frac{1-p}{p}} \\ &\dots\dots\dots \\ T_r &= \gamma_0 \frac{1-p}{p} K^{-\frac{1}{p}} \left(L/2^{\frac{r-1}{2}}m_1m_3\dots m_{r-1}\right)^{\frac{1}{p}} \left(B/2^{\frac{r}{2}}m_2m_4\dots m_r\right)^{\frac{1-p}{p}} \\ T_s &= \gamma_0^{-\frac{2}{p}} \left(\frac{N}{\sqrt{E}}\right)^{\frac{2}{p}} \left(B/2^{\frac{r+2}{2}}m_2m_4\dots m_r\right)^{\frac{2}{p}} \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

$$\text{到達時間 } T = T_0 + T_1 + T_2 + \dots\dots + T_r + T_s \dots\dots (8)$$

これを独立変数 $m_1, m_2, \dots\dots m_r$ について偏微分して 0 とおき問題をとく。

4. 結果

(1) 最小面積をたえな場合

$$\text{支川の級数 } \gamma = \frac{5(2-p)}{8p-10} \frac{\log D(p)}{\log \frac{1}{p-1}} - \frac{5(p-1)}{8p-10} \dots\dots (9)$$

$$\Rightarrow D(p) = \frac{3p}{5} \left(\frac{\gamma_0}{2}\right)^{\frac{3p-5}{2p}} \left(\frac{N}{\sqrt{E}}\right)^{\frac{3}{2p}} K^{\frac{1}{p}} B^{\frac{8p-10}{2p}} \dots\dots (10)$$

$$\text{各級支川の数 } m_1 = \frac{L}{B} \left(\frac{1}{p-1}\right)^{1/2p} \dots\dots (11)$$

$$m_2 = m_3 = \dots\dots = m_r = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p-1}\right)^{\frac{2p}{2p-1}} \dots\dots (12)$$

$$\text{到達時間 } T = T_0 + \left\{ \frac{1}{2-p} - \frac{8p-10}{3p(2-p)} (p-1)^r \right\} T_1 \dots\dots (13)$$

各級流域の形状すなわち β = 流域長 / 流域中 は

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p-1}\right)^{\frac{p}{2p-1}} \dots\dots (14)$$

これは第一級流域より最小流域まで同じとなる。

$$\text{最小流域面積 } \alpha = \frac{B^2}{2} \left(\frac{1}{p-1}\right)^{-\frac{2p}{2p-1}} (2r-1) \dots\dots (15)$$

(2) 最小流域をたえた場合すなわち a_r, a_{r-1} をたえた場合 (面積は α とする)。

$$\text{支川の級数 } \gamma = \frac{2-p}{p} \frac{\log B/a_{r-1}}{\log \frac{1}{p-1}} + 1 \dots\dots (16)$$

各級支川の数 m_1 及び $m_2, m_3, \dots\dots m_{r-1}$ は (11) 及び (12) 式と同じになる。

$$m_r = \frac{a_{r-1}^2}{4\alpha} \left(\frac{1}{p-1}\right)^{\frac{p}{2p-1}} \dots\dots (17)$$

$$\text{到達時間 } T = T_0 + \frac{1}{2-p} \left\{ 1 - (p-1)^{r-1} \right\} T_1 + T_r + T_s \dots\dots (18)$$

各級流域形状はあてられた最小流域を除いて (14) 式と同じとなる。

5. ちすび 例えば $p=1.45$ として、支川の数を求めると、 $m_1 = 8.2 \times \frac{L}{B}$, $m_2 = m_3 = \dots = 33.7$ となり、かなり大きな値となる。この結果は斜めの合流などの関係もあって、自然河川の支川配列には適合しないが、下水管網計画には一つの指針をたえるものと考える。

本研究は昭和34年度文部省科学研究費 (各個研究“河川の降雨流出の機構に関する研究”) の一部によって遂行せられたことを付記し謝意を表する。

文献 1) 岡本恒夫: 樹枝状構造の研究 土木学会誌 昭和22,23年論文集 昭24.3.

2) 上田早比古: 降雨及び流域特性と到達時間及びその時刻の流量との関係 (昭41) 九大工学集報 Vol.32 No.3 昭34.11.