

II-30 橋梁断面における Kármán 渦の発生

東京大学 平井 敦
中央大学 林 泰造
○東京大学 島田 静雄

1. 渦の発生にともなう機構

流れに置かれた物体の背後に、周期的な流れの変動が起る現象を一般に Kármán 渦列が生じていると言う概念で理解されているが、この現象が橋梁断面にどのような影響を与える

るかについて定説はない。

理論的な Potential Flow では渦の発生や消滅を否定するから正負の渦が周期的に発生すると言う機構そのものは理論的には不明確である。しかし、一旦渦が生成された後では、Kármán の理想のモデルと、実際の流れはよく近似することが認められている。

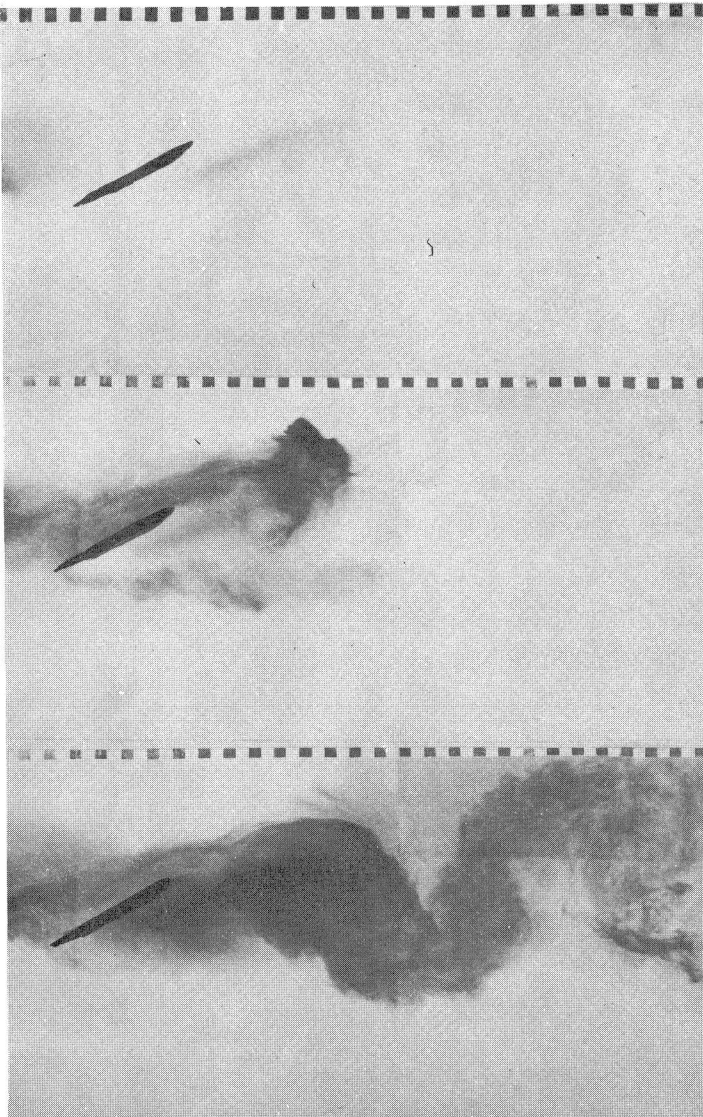
技術的な見地に立つて著者の立てた Kármán 渦発生機構についての仮説は次のようなものである。

a) 単位時間に発生する渦の強さは一定である。流速 U_0 で、強さ Γ の渦が周波数 F で発生するとき

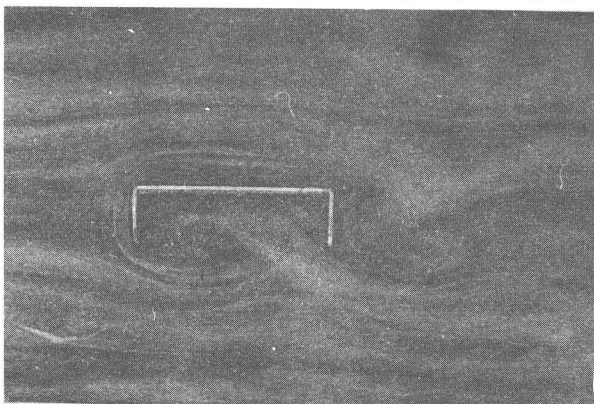
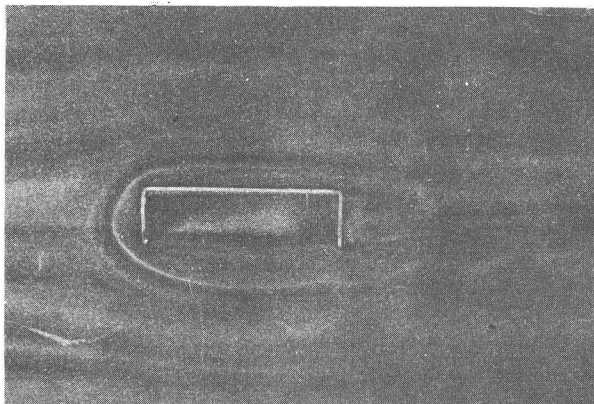
$$\Gamma \cdot F \propto U_0^2 \quad (1)$$



渦の発生の源は物体の上下の縁であるから数々の先人の実験でも確認されているが、 $\Gamma \cdot F = 0.5 \sim 1.0 U_0^2$ の値である。(1)式で重要な関係は、若し何等かの原因で $F \rightarrow 0$ になれば、すなわち一時的に渦の出が止ると大きな強さの渦を生ずる可能性があると言うことである。



流速が急に増加したり、又は物体の方が急に動いたりしても大きな渦を発生する原因となる。右の写真は流れが急に早くなった瞬間に生じた流れの状態を撮影したものである。



6) 周期現象の周波数 F は、流れに対する物体の見掛けの幅に比例する。Strouhal 数 S と呼ばれる数値は、流速の如何によらず、一つの物体では実際上一定である。物体の長さ(幅)と d で与えれば

$$S = F \cdot d / U_0 = \text{const} \dots (2)$$

流れに直角に置かれて平板では d が板の幅を、円柱では直径がそれを与える。 S の値は物体の形によって多少異なるが、一般に流れの方向から見るときの物体の見掛けの幅について一定となり、流線形の物体は大きく、抗力係数の大きくなる形状の物体は小さくなり、 $S = 0.1 \sim 0.2$ 程度である。

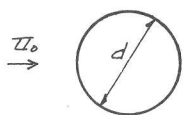
2. 周期現象と揚力・抗力係数との関係

物体の後流に流れの乱れがあると、物体の抗力係数は増える。Kármán は理論的に抗力係数を渦列の性質から導いて、実験値と良く近似することを示しているが、周期現象がある限り、物体の抗力係数は増加することは認められる。Strouhal 数 S と抗力係数 C_D との関係について、Roshko が簡単に觸れているが、円柱で観察した所では S の値の増加は抗力係数の減少とよって表れている。

著者は、 S と C_D との関係をより一般化することと考へ、平板の場合に、円柱のときよりも C_D は大きく、 S は小になることも同様な根拠に従うものと仮定してみた。数値的な性質を誘導するために、下図のような円柱のモデルを考へ、円柱の背後にある渦が時間的に正負に変動すると仮定して抗力係数を算出してみた。結果だけと記せば、時間的に平均した C_D は、

$$C_D = C_{D0} + \frac{1}{8\pi^2 S^2} \dots (3)$$

時間的に変動する揚力の値も左図のモデルで計算出来るが、渦の位置が円柱の中心から $1.5d$ のとき、揚力係数で約 8.5、同じく $2d$ のとき約 3.8 程度の値が得られる。



$$\Gamma = \Gamma_0 \sin \omega t$$

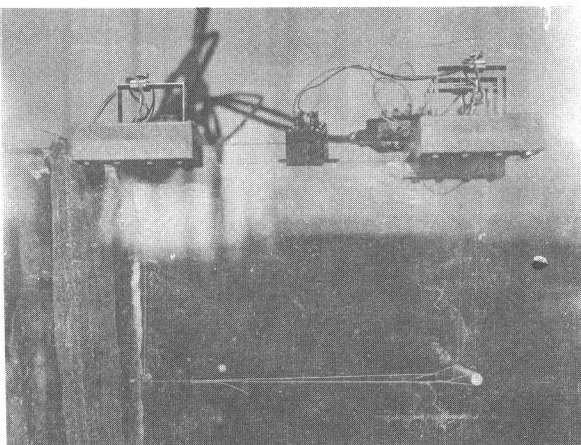
流れに平行に置かれて平板で、後には Kármán の渦列が生じたときとよって起る周期的な力は上記の円柱の場合を写像して計算できる。

3. 振動状態での揚力及び抗力理論

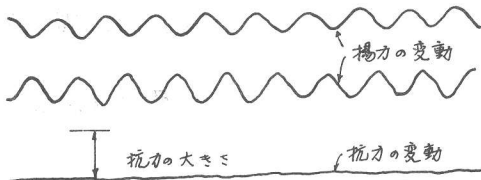
吊橋の、風によって生ずる振動現象、若しくは同様に風の力で物体が振動を誘起されるような場合、振動の基本式に代入すべき風の力の項は吟味を必要とする。空気力学的な3分力と呼ばれる抵抗係数(揚力・抗力・モーメント)は定常的な流れの中で、物体は静止しているものとして実験的に観測される値である。

物体が静止して流れが定常であるときにも Kármán の周期現象は存在するから、物体に周期的な力を与えている筈であるが、実際の観察された数値はこの時間平均値であることに注意しなければならぬ。

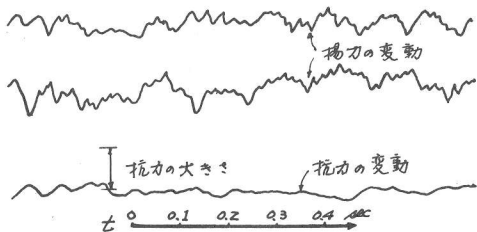
著者は、時間的に変動する揚力や抗力の大体の傾向を調べるために、水路幅 10 cm の簡単な水路で、手製のストレインメータ応用の秤量で動的な力の変動を測定してみたが、相当に興味ある実験結果が得られた。



$$U_0 = 6 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \quad \odot d = 3 \text{ cm}$$



$$U_0 = 10 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \quad \frac{4 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$$



上の写真に直径 1 cm の円柱を測定状態にセットしたものを示し、左図はオシシロの一例を示す。

理論的な2次元の流れにはやや、不十分な設備で物体の支持に多少バネ支持の影響があるために周期は想定値よりも大きい傾向は面白い。

円柱の場合、抗力には周期的な変動は少なく、揚力は抗力の約 0.7 程度の卓越した周期性が観測された。それに反して、H型の断面では抗力や揚力の変動は大きい周期性は少ない。

振動状態での風の強制力を釣合条件式に代入するには静止時の(物体の)抗力係数等を使用するのは無意味であり、著者は次のように考えるのが至当と思われる。

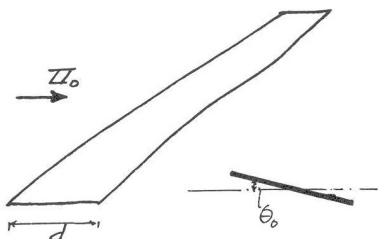
a) 流体中の物体からは種々の周期と渦の強さを持つ渦列が発生し、 $\sum_{i=1}^{\infty} F_i \times \Gamma_i \propto U_0^2$ の関係を持つと仮定する。振動数 F_i は、カルマンの渦列が最も生じやすいスペクトルを持つ。

b) 物体が定常的な振動 F_0 で振動すれば、 F_0 に近い周波数の渦列が後流に生じ得る。

薄いリボン状の物を風に平行に置いて観察するとき、或る限界風速に達するまでリボンの振動はその固有振動数を保つが、振れ振動の振幅は、ほぼ風速の2乗に比例すると云う観察がある。2節で簡単に述べた関係式を使い、風速とリボンの最大振幅(振れ角) θ_0

との関係と算出して見ると、 $\theta_0 = U_0^2 / \pi d^2 F_0$ の関係が誘導される。(d=極幅)
すなわち、吊橋等が風によって振れ振動を起すとき、振幅は風速の二乗に比例し、振動数に逆比例の関係になる。風速が早くなって振動数の低下は危険を意味する。

吊橋の限界危険風速は、風の及ぼす仕事量と吊橋の弾性エネルギーとの釣合で定まるが、風の強制力と吊橋の振動との位相的なズレによって変化し、若しカルマンの周期的な力が0とするときと100%作用すると仮定するときとでは、後者の方が限界風速にして約60%^に低下する。



4 非定常の流れにおける揚力理論から見た結論

物体の下流に生ずる渦の性質を調べ、それが物体に及ぼす力について種々の仮定を導入して理論的に取扱ひも検討してみたが、理論的な結論は実験的に確認はされていない。風に対して橋梁断面に要求される事項は次の如きものである。

- 1) 定常な Kármán 渦列の生じ難い断面であること。定常な渦列の発生するには、吊橋断面が流れに対して大きな障害を与える所にある。従って断面の下流で大きな渦が出来難いか、出来ても小さな渦の集合にとどまるか、又は意識的に流れを乱すのがよくなる。
- 2) 揚力係数・モーメント係数は出来る限り小さいのが良い。揚力係数が大きいと言うことは断面まわりに大きな循環があることを意味し、振動を生じたときに大きな渦を発生させる危険がある。

カルマンの渦を考へて Vortex Theory で吊橋の振り振動の性状は次のように要約される。

- 3) 風速の上昇は限界風速以内では、吊橋の固有振動数と減少させない。
- 4) 定常な振動を持続させる風の強制力は後ろに流れ出る渦の作用を受ける。振れ振動の振幅は U_0^2 に比例すると言う経験的事実は非定常の流れの理論からではなければ誘導できない。

- 5) 後ろに流される渦の強制力によって吊橋の限界風速は下がる。

参考文献

Roshko A.; NACA Tech Note
2913

← 穴をあけた吊橋断面にある角度で風が当たるときの流れの状態

