

II-22 補剛アーチ橋について

— 桁構造とトラス構造の関係 —

東京大学 正員 工博 平井 敦

武蔵工業大学 正員 〇西脇 威夫

上路型補剛アーチ橋のアーチ及び補剛桁をトラス化する
と、図-1に示されるような型式が得られる。この種の構造
物は、図-2に示される両者共桁型式である所謂逆ローゼ桁
橋——ローゼ拱橋——と同型式であるから、トラス型式
と桁型式との違いは目と聞するならば、両者は全く同じ考
へ方で、その応力状態を究明することは出来る。

図-2の場合の応力を求めるには、衆知のよう、各格点に
作用する曲げモーメントと不静定量に選ぶ。この場合の弾
性方程式は Matrix を使って次の式で表はし得る。

$$[L] \cdot [M] = [O] \cdot [F]$$

(1)

$[L]$ は、上弦材(補剛桁)、下弦材(アーチ)の換算長の和を
要素とし、 $[O]$ は上弦材の換算長を要素とし、 $[M]$ は不静

定量、 $[F]$ はアーチと上弦材の曲げモーメント即ち (B.M.) を要素とする Matrix である。

ところで(1)式の解を求めるには、 $[L]^{-1}$ の存在を確認し、(1)式の両側にこれを作用させればよい。この場合 $[L]$ と互に次の形に近似的に書き表はす。

$$[L] = \begin{bmatrix} 2(l_1' + l_2') & l_2' & & & \\ l_2' & 2(l_2' + l_3') & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 2(l_k' + l_{k+1}') & l_{k+1}' \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 2(l_n' + l_{n+1}') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & 4 & 1 \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{l_1' + l_2'}{2} & & & & \\ & \frac{l_2' + l_3'}{2} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \frac{l_k' + l_{k+1}'}{2} & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & \frac{l_n' + l_{n+1}'}{2} \end{bmatrix} \quad \dots (2)$$

このとき、 $[L]^{-1}$ の要素を、簡単な級数の形で表はすことが出来る。

次に、図-1に示すトラス化した補剛アーチの応力を求めるにも、上述のよう格点
の周りのモーメントと不静定量に選ぶと、弾性方程式は次式のようになる。

$$[L][M] = [C][F]$$

(3)

上式に於て、 $[M]$ 及び $[F]$ の各要素は(1)式の各要素と全く同じである。 $[L]$ 及び
 $[C]$ は(1)式の $[L]$ 及び $[O]$ に相当するもので、 $[L]$ は補剛トラス部とアーチ部の部材断面積
及びトラスの組方によって定まる量を要素とし、 $[C]$ は補剛トラス部のそれらによって定
まるものを要素として置く。

図1に示すような、補剛トラス及びアーチをプラウト型に組む場合には、 $[C]$ は一般的に次の形になる。但し、引張力を正とし、下弦材と引張部材とするようなモーメントを正とする。

$$[C] = \begin{bmatrix} 2\sigma_1 & -\sigma_1\delta_1 & & & \\ -\sigma_1\delta_1 & 2\sigma_1 & -\sigma_1\delta_2 & & \\ & \sigma_1\delta_2 & 2\sigma_2 & -\sigma_2\delta_3 & \\ & & \sigma_2\delta_3 & 2\sigma_3 & -\sigma_3\delta_4 \\ & & & & \ddots \\ & & & & & -\sigma_{k-1}\delta_{k-1} & 2\sigma_{k-1} & -\sigma_{k-1}\delta_k \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & -\sigma_k\delta_k & 2\sigma_k \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & -2\delta_1 & & & \\ -2\delta_1 & 4 & -2\delta_2 & & \\ & -2\delta_2 & 4 & -2\delta_3 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & -2\delta_{k-1} & 4 & -2\delta_k \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & -2\delta_k & 4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1}{2} \\ \frac{\sigma_2}{2} \\ \vdots \\ \frac{\sigma_k}{2} \end{bmatrix}$$

任意のトラスの弦材断面積を F_k とし、トラスの高さを h とすると、慣性モーメントに相当するものとして近似的には $F_k h^2 / 2$ と考へるとびや来、格間長が h に入れば、所謂換算長は $F_c h^2 / F_k h^2$ と考へるとびや来、(4) 式の σ_k は、このような考へで理解出来る構成と荷重に依りて作り出されるものであり、(2) 式の k_k' と同じようなものである。之をトラスの換算長と名づけるとびや来、 σ_k と k_k' は次式のようにして表はされる。この σ_k を換算長と表はるとびや来、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_k &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\lambda}{h_k^{n+2}} \left(\frac{F_c}{F_k^0} + \frac{F_c}{F_{k+1}^u} \right) + \frac{\lambda}{h_k^{n+2}} \left(\frac{F_c}{F_k^0} \sec^2 \beta_k^0 + \frac{F_c}{F_{k+1}^u} \sec^2 \beta_{k+1}^u \right) + \overline{W}_k + \overline{W}_{k+1} + \widehat{W}_k + \widehat{W}_{k+1} \right\} \\ \overline{W}_k &= \frac{\lambda}{h_k^{n+2}} \sec^2 \beta_k^0 \cdot \frac{F_c}{F_k^0} + \frac{\tan^2 \beta_k^0}{h_k^n} \cdot \frac{F_c}{F_{k+1}^u} \\ \widehat{W}_k &= \frac{\lambda}{h_k^{n+2}} \sec^2 \beta_k^u \cdot \frac{F_c}{F_k^u} + \frac{(\tan \beta_k^u + \tan \beta_{k+1}^u)^2}{h_k^n} \cdot \frac{F_c}{F_{k+1}^u} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(4) 式中の δ_k は次式に示される。之は換算長の中に腹材の要素の占める割合を示すもので、次式に示される。

$$\delta_k = \frac{\overline{W}_k + \widehat{W}_k}{\sigma_k} \quad (6)$$

この値は、トラスの組方によって異なるものであって、補剛アーチとして、各種トラスの性質を示す値と見なすとびや来、