

II-19 材料疲労を考慮した橋の設計方式について

神戸大学工学部 正員 西村 昭

橋の設計において構成部材の疲労が問題となるのは、鉄道橋のように活荷重応力比、並びに応力頻度の高い場合、あるいは溶接継手のような繰返し荷重に対する強度が静強度に比して著るしく劣る継手を使用される場合である。これらは、鉄道橋交番応力部材では結果的には設計荷重の割増しを行ない、溶接継手の場合には許容応力を定めて考慮されているが、いずれにおいてもそれによってどの程度の安全性が期待されるか甚だあいまいである。疲労強度は繰返し回數、従って時間の関數となる事に注目した適切な解決が必要である。本研究では、材料の疲労を設計条件として導入する一方法を明らかにした。

1. 基礎事項

(1) $S-N$ 関係 S を繰返し応力、 N とそれに対する耐久回數、 K_1, K_2 を定數とすると、 $S-\log N$ 関係が直線となることより、

$$N = \exp \left[\frac{\ln 10}{K_1} S - \frac{K_2 \ln 10}{K_1} \right] \quad (1)$$

(2) 疲労破損の直線的累積 変動応力下の材料疲労を巨視的に説明するものとして、標記のいわゆる Minerの法則を用いる。この成立に關しては賛否両論があり、否定的なものもかなり多いが、変動応力下の疲労寿命推定のための有力な方法となることは否定できない。

(3) 鋼材の腐蝕 鋼構造部材は、諸原因によって腐蝕を受け、有効断面積の減少は実働応力の増大を招いて遂には疲労破壊に至らしめる。腐蝕進入速度の定量化は影響要因が複雑多岐に亘るため極めて困難であるが、普通鋼材では溶銹時に銹は急激に成長することを考慮して、銹の進入距離 Δt と時間 T (年)との間に次の関係を仮定する。但し β は腐蝕の肉付・外的諸条件によって定まる定數で、 $10^{-4} \sim 10^{-3}$ mm/年程度と考えれば十分である。

$$\Delta t = \beta T + \delta \quad (2)$$

2. 実働応力頻度分布

昭34.7.15~16に、東海道本線西宮—芦屋間の守貝川橋梁(上路プレートガーダー)の主ゲタ曲げ応力の24時間測定を行なったが、それによると実働応力頻度分布は全体的にはかなり正に歪むが、橋の安全性を左右する大応力部分を占める城関車のみによる応力 S に注目すると、その頻度分布はほぼ対称である。この場合、1列車1応力が対応するから、この S の頻度分布に基づいて通過列車の KS 相当値 X の頻度分布が推定され、これを用いて更に各種スパンにおける主ゲタ曲げ応力頻度分布を推定でき、これを正規分布 $N(m_s; \sigma_s)$ で近似せしめるものとする。

3. 実働応力下の部材の疲労破損累積

式(2)のような腐蝕を受けて断面が減少すると、実働応力は一般に強度を経年的に増大するが、I型断面曲げ部材の計算例によるとその増大状況は直線関係によって十分安全に近似せしめうる。すなわち、架設時の実働応力平均値を m_{s0} 、 T 年後のそれを m_s とすると、

$$m_s = m_{s0} + \alpha T \quad (3)$$

となり、 T 年後における実働応力頻度分布は次の正規分布で表わされる。

$$f(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left[-\frac{(S-m_s)^2}{2\sigma_s^2}\right], \quad m_s = m_{s0}\left(1 + \frac{\alpha T}{m_{s0}}\right), \quad \sigma_s = \sigma_{s0}\left(1 + \frac{\alpha T}{m_{s0}}\right) \quad (4)$$

式(1)、(4)によつて dT 年間の疲労破壊の累積値 dA は 1.(2) の概念を用いて次のように表わされる。但し、 Q は 1 日の応力回数(従つて鉄道橋では列車回数)とする。

$$\begin{aligned} dA &= \int_S \frac{dN}{N} = 365 Q dT \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(S)}{N} dS \\ &= 365 Q \exp\left(\frac{K_2 \ln 10}{K_1}\right) \exp\left\{-\frac{\ln 10}{K_1}(\alpha T + m_{s0}) + \frac{\ln^2 10}{2K_1^2} \sigma_{s0}^2 \left(\frac{\alpha T}{m_{s0}} + 1\right)^2\right\} dT \end{aligned}$$

[] 内第 2 項は第 1 項に比して小さいのでこれを省略し、 T 年間の累積値 A を求めると、

$$A = \int_0^T dA = 365 Q \exp\left\{\frac{\ln 10}{K_1}(K_2 - m_{s0})\right\} \frac{-K_1}{\alpha \ln 10} \left(e^{-\frac{\alpha \ln 10}{K_1} T} - 1\right) \quad (5)$$

4. 等疲労破壊を条件とする設計荷重の割増し (曲げ部材の場合)

Miner の法則では式(5)の $A=1$ のとき疲労破壊を生ずる。式(5)で $A=1$ と置いて m_{s0} を求めると、

$$m_{s0} = -K_1 \log \left[\frac{-\alpha \ln 10}{365 Q K_1} e^{-\frac{K_2 \ln 10}{K_1}} \frac{1}{\exp\left(-\frac{\alpha T \ln 10}{K_1}\right) - 1} \right] \quad (6)$$

となる。故に、橋のスパンを与えると α が定まり、 Q 、 T 、 K_1 、 K_2 もまた設計条件として既知であるから、 m_{s0} が定まる。従つて、平均 KS 値に対してこの m_{s0} が生ずるように断面を決定すると、その断面は与えられた条件下で T 年後に疲労破壊を生ずると期待される。

さて、同一路線にある橋は原則的には同一寿命、あるいは同安全度を有することが好ましい。この条件を満たす断面を与える設計荷重の現行方式での設計荷重に対する比を求めてみる。すなわち、式(6)においてスパンによつて変化する α 以外のパラメーターを共通にとつて m_{s0} を求め、これを m'_{s0} とすると、これらは同一荷重 X に対して生ずる応力で、そのときの断面は I' に設計されていなければならない。鉄道橋では死荷重応力比が小さく近似的に $S \propto X$ が成立し、同一荷重に対して近似的に $S \propto 1/I$ が成立する。さて、現行設計では荷重 X に対して応力 m_{s0} が生ずるように断面の I が定められる。一般に $m_{s0} \neq m'_{s0}$ となるが、図のように $m_{s0} = m'_{s0}$ となるような X' が存在する。いま、荷重割増し率を μ とすると、 $\mu = X'/X$ で定義され、上述の $S-X-I$ 関係を考慮すると、

$$\mu = X'/X = m_{s0} / m'_{s0}$$

となる。 m'_{s0} は式(6)によつて各スパンに対して求められるから、 μ はあらかじめ算定可能である。従つて、現行の方式そのまま設計を行なうものとして、ただ設計荷重を μ 倍したものをを用いれば、得られる断面で、スパン、腐蝕速度などの相違にかかわらず、すべての橋に同一疲労寿命を期待することができるとする。

この μ は安全係数と同様に取扱えばよく、従つて疲労の影響とこのような形式で設計に入れることは極めて実用的である。なお、定量的結論は当日に譲るものとする。

