II—7 格子桁の一解法に就て

会員, 大阪大學, 安宅 勝

直角の格子桁の場合は Leonhardt, 或は Homberg の所謂 Affinlasten の觀念を導入すれば横桁が数個ある場合も結局は横桁1本の場合の解に歸することが出來て好都合であるが斜角格子桁の様に主桁と横桁の配置が不規則の場合には到底解析的な簡便法がありそうにも思えない。又たとへあつたとしても斜角と主桁の配置によつて千差万別である斜角格子桁の場合に,それぞれの場合の解を與えることは不可能に近い。結局未知量の数をあまり気にしないで逆マトリックスの算法は computer によることにすれば,所要の聯立方程式を如何にすれば努力少く作ることが出来るか,という問題になる。これについては Castigliano の定理を用いるのが一番簡便である様に思はれるので,これによつて機械的に作表する方法について述べる。

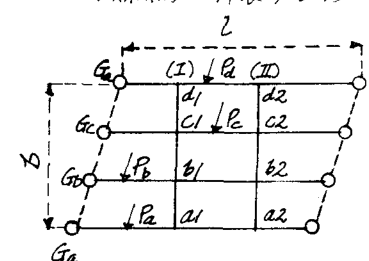

fig.1

fig.1 に示す主桁4本,横桁2本の格子桁に於て4個の不静定量 X_{b1}, X_{c1}, X_{b2}, X_{c2} を fig.2, fig.3 の様に作用させる。床版による主構への荷重分配を成る可く明確にするために fig.4 に示す様に横桁には直接荷重が作用せぬものとする。今 fig.1 に於て

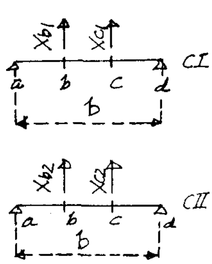

fig.3

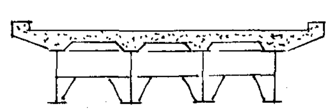
fig.4

l---- 支間
b---- 耳桁の間隔
$J_a = j_a J$ --- 主桁の断面二次モーメント
$J_b = j_b J$
J--- 横桁の断面二次モーメント
M--- 主桁,或は横桁の曲げモーメント
M_0-- 静定曲げモーメント (横桁では $M_0=0$)

とする。

$$M = M_0 - X_{b1} m_{b1} - X_{c1} m_{c1} - X_{b2} m_{b2} - X_{c2} m_{c2} \quad \text{------ 1)}$$

m_{b1}, m_{b2} 等はそれぞれ $X_{b1}=1$, $X_{b2}=1$ のときの主桁又は横桁の曲げモーメントであつて fig.5 に示す様な値を取る。

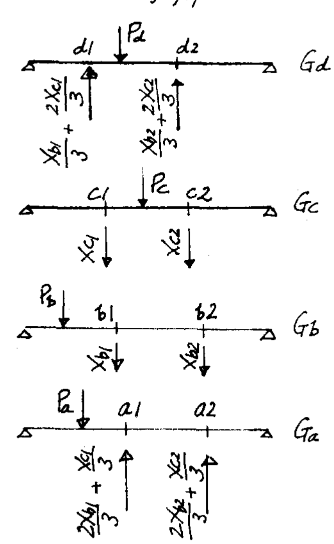

fig.2

m_{b1}, m_{b2} 等は X_{b1}, X_{b2} 等の正の値にたいし,耳桁及び横桁では正,中間主桁では負となる。 fig.5 の m_{b1} について説明すれば Ga は pt. a1 に $\frac{2}{3}$, Gb は pt b1 に -1, Gd は pt. d1 に 1/3, 横桁 CI は pt b1 に 1 が作用する。m_{c1}, m_{b2} 等にたいしても同様である。

格子桁に於る変形の仕事Wは

$$W=\frac{1}{2}\int\frac{M^2}{EI}ds$$

不静定量にたいし

$\frac{\partial W}{\partial X_{b1}}=0,\quad \frac{\partial W}{\partial X_{c1}}=0,\quad \frac{\partial W}{\partial X_{b2}}=0,\quad \frac{\partial W}{\partial X_{c2}}=0$ と置いて 2)式を得る。

$$\left.\begin{aligned}
X_{b1}\int\frac{m_{b1}^2ds}{EI}+X_{c1}\int\frac{m_{b1}m_{c1}ds}{EI}+X_{b2}\int\frac{m_{b1}m_{b2}ds}{EI}+X_{c2}\int\frac{m_{b1}m_{c2}ds}{EI}&=\int\frac{M_0m_{b1}ds}{EI}\\
X_{b1}\int\frac{m_{c1}m_{b1}ds}{EI}+X_{c1}\int\frac{m_{c1}^2ds}{EI}+X_{b2}\int\frac{m_{c1}m_{b2}ds}{EI}+X_{c2}\int\frac{m_{c1}m_{c2}ds}{EI}&=\int\frac{M_0m_{c1}ds}{EI}\\
X_{b1}\int\frac{m_{b2}m_{b1}ds}{EI}+X_{c1}\int\frac{m_{b2}m_{c1}ds}{EI}+X_{b2}\int\frac{m_{b2}^2ds}{EI}+X_{c2}\int\frac{m_{b2}m_{c2}ds}{EI}&=\int\frac{M_0m_{b2}ds}{EI}\\
X_{b1}\int\frac{m_{c2}m_{b1}ds}{EI}+X_{c1}\int\frac{m_{c2}m_{c1}ds}{EI}+X_{b2}\int\frac{m_{c2}m_{b2}ds}{EI}+X_{c2}\int\frac{m_{c2}^2ds}{EI}&=\int\frac{M_0m_{c2}ds}{EI}
\end{aligned}\right\}\ 2)$$

積分は主桁及び横桁に沿うて行ひ主桁にたいしては $I=J_z$ 横桁にたいしては $I=J$ とある。2)に於て

$b_1b_1=\int\frac{m_{b1}^2ds}{EI}$, $\quad b_1c_1=\int\frac{m_{b1}m_{c1}ds}{EI}$ の様に記すと

次の様な方程式の行列を得る。A_1, A_2, A_3, A_4 は荷重項である。

	1) X_{b1}	2) X_{c1}	3) X_{b2}	4) X_{c2}	A
1	b_1b_1	b_1c_1	b_1b_2	b_1c_2	A_1
2	c_1b_1	c_1c_1	c_1b_2	c_1c_2	A_2
3	b_2b_1	b_2c_1	b_2b_2	b_2c_2	A_3
4	c_2b_1	c_2c_1	c_2b_2	c_2c_2	A_4

Xの係数が作る行列は對角行列であるから半分の項を計算すればよい。此等の値は virtual work の原理によってたとへば

$b_1b_1=\int\frac{m_{b1}^2ds}{EI}$ は Ga に沿うて $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\delta_{11a}=\frac{4}{9}\delta_{11a}$

Gb 〃 〃 $=\delta_{11b}$

Gd 〃 〃 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\delta_{11d}=\frac{1}{9}\delta_{11d}$

CI 〃 〃 $\overline{\delta_{bb}}$

$c_1b_1=\int\frac{m_{c1}m_{b1}ds}{EI}$

Ga $\longrightarrow$ $\frac{2}{9}\delta_{11a}$

Gd $\longrightarrow$ $\frac{2}{9}\delta_{11d}$

CI $\longrightarrow$ $\overline{\delta_{cc}}$

とあり結局次に示す値を取る。(fig.6, 7 参照)

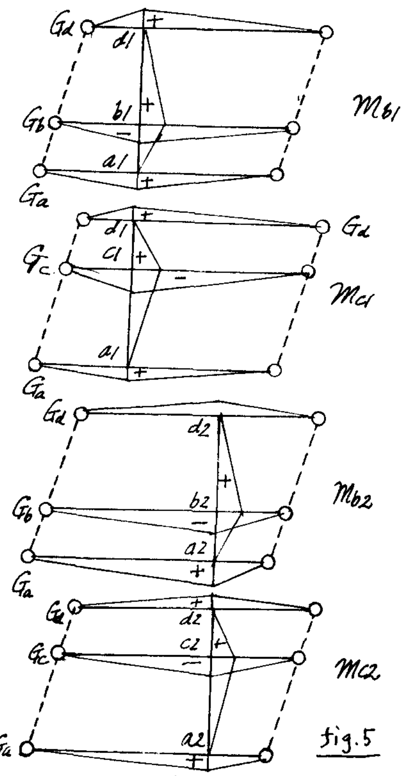

fig.5

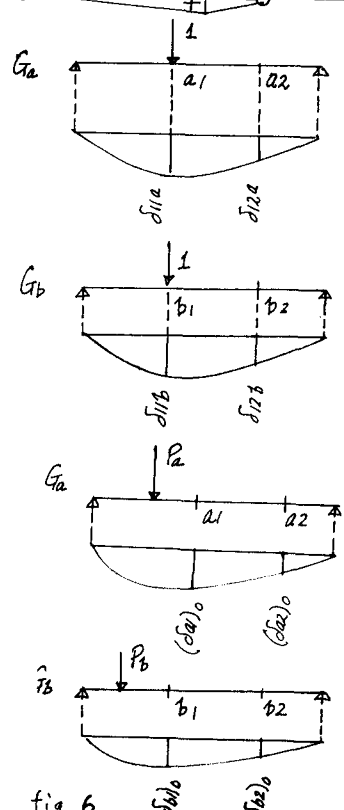

fig.6

結局次の様に「めのこ」で書き下すことが出来る。

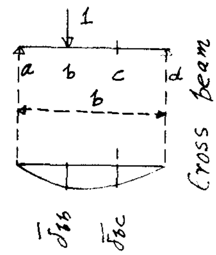

fig. 7

第1行 $b_1 b_1 = \int \frac{m_{b1}^2 ds}{EI} = \frac{4}{9}\delta_{11a} + \delta_{11b} + \frac{1}{9}\delta_{11d} + \bar{\delta}_{bb}$

第2行
$$\begin{cases} c_1 b_1 = \int \frac{m_{c1} m_{b1} ds}{EI} = \frac{2}{9}\delta_{11a} + \frac{2}{9}\delta_{11d} + \bar{\delta}_{bc} \\ c_1 c_1 = \int \frac{m_{c1}^2 ds}{EI} = \frac{1}{9}\delta_{11a} + \delta_{11c} + \frac{4}{9}\delta_{11d} + \bar{\delta}_{cc} \end{cases}$$

第3行
$$\begin{cases} b_2 b_1 = \delta_{12b} + \frac{4}{9}\delta_{12a} + \frac{1}{9}\delta_{12d} \\ b_2 c_1 = \frac{2}{9}\delta_{12a} + \frac{2}{9}\delta_{12d} \\ b_2 b_2 = \frac{4}{9}\delta_{22a} + \frac{1}{9}\delta_{22d} + \delta_{22b} + \bar{\delta}_{bb} \end{cases}$$

第4行
$$\begin{cases} c_2 b_1 = \frac{2}{9}\delta_{12a} + \frac{2}{9}\delta_{12d} \\ c_2 c_1 = \delta_{12c} + \frac{1}{9}\delta_{12a} + \frac{4}{9}\delta_{12d} \\ c_2 b_2 = \frac{2}{9}\delta_{22a} + \frac{2}{9}\delta_{22d} + \bar{\delta}_{bc} \\ c_2 c_2 = \frac{1}{9}\delta_{22a} + \frac{4}{9}\delta_{22d} + \delta_{22c} + \bar{\delta}_{cc} \end{cases}$$

荷重項

$$A_1 = \int \frac{M_0 m_{b1} ds}{EI} = \frac{2}{3}(\delta_{a1})_0 - (\delta_{b1})_0 + \frac{1}{3}(\delta_{d1})_0$$
$$A_2 = \int \frac{M_0 m_{c1} ds}{EI} = \frac{1}{3}(\delta_{a1})_0 - (\delta_{c1})_0 + \frac{2}{3}(\delta_{d1})_0$$
$$A_3 = \int \frac{M_0 m_{b2} ds}{EI} = \frac{2}{3}(\delta_{a2})_0 - (\delta_{b2})_0 + \frac{1}{3}(\delta_{d2})_0$$
$$A_4 = \int \frac{M_0 m_{c2} ds}{EI} = \frac{1}{3}(\delta_{a2})_0 - (\delta_{c2})_0 + \frac{2}{3}(\delta_{d2})_0$$

聯立方程式の係数を dimensionless にするために式の両辺を $\frac{l^3}{EJ}$ で除す。但しJは主桁の基準値, $J_a = i_a J$, $J_b = i_b J$, 横桁は $\bar{J}$ とする。
又 $u = \left(\frac{b}{l}\right)^3 \frac{J}{\bar{J}}$ とする。

たとへば
$$\delta_{11a} = 0.01031 \frac{l^3}{EJ_a} \rightarrow \frac{0.01031}{i_a}$$
$$(\delta_{a1})_0 = 0.02083 \frac{l^3}{EJ_a} \rightarrow \frac{0.02083}{i_a}$$
$$\bar{\delta}_{bb} = 0.01440 \frac{b^3}{E\bar{J}} \rightarrow 0.01440u$$
の如く記す