

II-3 矩形ラーメンの固有振動数に関する一考察

信州大学工学部 正員 吉田俊弥

本研究は、代表的な矩形ラーメンについて、部材の諸性質や支間等と固有振動数との関係を求めたものである。振動中の変形は、ラーメン頂部に水平力が働いた場合の弾性曲線を以て近似的に等しいものと假定した。

更に、単支間固定脚ラーメンがその面外へ変形する場合について、固有振動数の変化を調べたものである。

(1) 単支間固定脚ラーメン

$$p^2 = \frac{2EI_c \int_A^B \left(\frac{d^2 x}{dy^2} \right)^2 dy + EI_b \int_B^C \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx}{2PA_c \int_A^B x^2 dy + PA_b \int_B^D y^2 dx + PA_b \ell h_b^2}$$

上式について数値計算を行い振動周期を求めると

$$T = \frac{2\pi}{p} = \frac{\pi h^2}{\sqrt{210}} \sqrt{\frac{PA_c}{EI_c}} \sqrt{\frac{4(33+123\ell+117\ell^2)+3m^3\varepsilon+70m\varepsilon(z+3\ell)^2}{2+15\ell+18\ell^2}}$$

(2) 単支間鉸脚ラーメン

$$T = \frac{\pi h^2}{\sqrt{210}} \sqrt{\frac{PA_c}{EI_c}} \sqrt{\frac{4(35+168\ell+190\ell^2)+\varepsilon m^3+210\varepsilon m(1+4\ell+4\ell^2)}{2\ell^2+6\ell}}$$

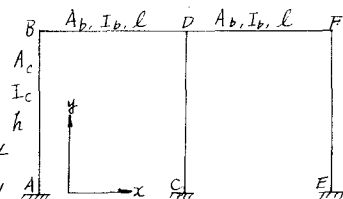
但し

$$m = \frac{\ell}{h}, \quad \varepsilon = \frac{A_b}{A_c}, \quad \ell = \frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h}{\ell}.$$

以上の結果より単支間ラーメンの固有振動周期 T は ℓ も種々変えて計算すると次の様なことがわかる、即ちラーメンの材料が一定している時 T は柱の高さの自乗、断面積の平方根に反比例し、柱の断面2次モーメントの平方根に反比例する。そして、 m が0.5, 1.0, 1.5, 2.0 の4つの場合を考え、それぞれ ℓ を0.5から27まで変化させた時の T の変化は図の様になる。(1)の場合は $\ell=3$ の時、(2)の場合は $\ell=4$ の時大体最大の固有振動周期 T を示す。(図-1参照)

(3) 2支間固定脚ラーメン

$$p^2 = \frac{2EI_c \int_A^B \left(\frac{d^2 x}{dy^2} \right)^2 dy + EI_c \int_C^D \left(\frac{d^2 x}{dy^2} \right)^2 dy + 2EI_b \int_B^D \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx}{2PA_c \int_A^B x^2 dy + PA_c \int_C^D x^2 dy + 2PA_b \int_B^D y^2 dx + 2PA_b \ell h_b^2} = \frac{T_1}{T_2}$$



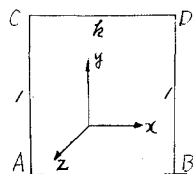
$$T = \frac{\pi h^2}{\sqrt{210}} \sqrt{\frac{PA_c}{EI_c}} \sqrt{\frac{4 \{ (66 + 260k + 1.038k^2 + 870k^3 + 234k^4 + Em^3(212 + 528k + 324k^2) + Em \frac{140}{3} (4 + 24k + 48k^2 + 36k^3 + 9k^4)) \}}{4 + 36k + 118k^2 + 117k^3 + 36k^4}}$$

上の結果より2支間固定脚ラーメンの固有振動周期 T は、 k を種々変えて計算すると、(1)、(2)の場合と同様に T は柱の高さの自乗、断面積の平方根に正比例し、柱の断面二次モーメントの平方根に反比例する。又單支間固定脚ラーメンと比較すると、2支間固定脚ラーメンの方が T はわずかに小となることがわかる。

(4) 單支間固定脚ラーメンが其の面外へも変形する場合

柱の部分 $w_x = w \cdot \cos \theta, \quad w_z = w \cdot \sin \theta.$

梁の部分 $P = w' \ell \cos \theta, \quad w'_z = w' \sin \theta.$



部材端モーメントは次の様に表される

$$M_{yCD} = -M_{yDC} = \frac{2\beta}{2\beta + k_{zCD}} C_{yCD}$$

$$M_{zCD} = M_{zBC} = -M_{zCB} = -M_{zDB} = \frac{3k_{zCD}}{4(1 + 6k_{zCD})} (4C_{zAC} + Ph + w_x h^2)$$

$$M_{zAC} = M_{zAB} = -\frac{1}{4(1 + 6k_{zCD})} (4C_{zAC} + Ph + w_x h^2) - \frac{1}{4} (Ph + w_x h^2) + C_{zAC}$$

これよりラーメンの弾性曲線を求め次式に代入して固有振動数を求める。(図-2参照)

$$p^2 = \frac{gE \left\{ 2I_{zAC} \int_0^h Y_{zAC}^2 dy + 2I_{zAC} \int_0^h Y_{zAC}^2 dy + I_{zCD} \int_0^\ell Y_{zCD}^2 dx + I_{yCD} \int_0^\ell Y_{zCD}^2 dx + \left(\frac{C}{E}\right) 2 \int_0^h Y_{yAC}^2 dy \right\}}{\gamma \left\{ 2A_{AC} \int_0^h Y_{zAC}^2 dy + 2A_{AC} \int_0^h Y_{zAC}^2 dy + A_{CD} \int_0^\ell Y_{zCD}^2 dx + A_{CD} \int_0^\ell Y_{zCD}^2 dx + 2I_{\theta} \int_0^h Y_{yAC}^2 dy + A_{CD} (Y_{0x}^2 + Y_{0z}^2) C \right\}}$$

