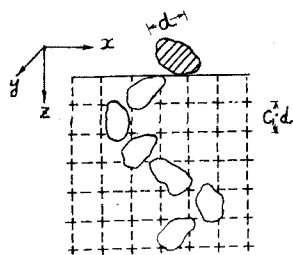


I-11 砂および礫の水中落下の散らばりに関する研究 (オー報)

山梨大学工学部 正員 箭内寛治

砂および礫(以下石と略稱する)が静水中を落下する場合、その形の不規則性のために多くの反転運動を繰り返して、意図した地点のまわりに広く分散して到達する。この平面的な散布の確率は各粒子自由落下の場合、ほぼ正しく二項分布に従うことを指摘し、それらを実験によって確かめた。また集団となって干涉落下する場合にも、ほぼこれに近似する分布になるが一般に自由落下より大きい散らばりを示めす。さらにこれ等の分散を小さくするために二・三の提案を行ない、実験的にもその効果を比較検討した。

いま不規則な形をした統計的平均粒径 d なる寸法の1個の石を考え、この石を充分広い水槽の底部の1点 O をねらって自由落下させる。図-1のごとく深さ方向を Z 軸とした右手座標系を想定し、 $X-Y$ 平面における X 軸方向の O 点のまわりの散らばりを考えてみる(Y 軸方向も事情は全く同様となる)。石は一段階ごとに平均として右、左にそれぞれ $X_i = +C_i d, -C_i d$ を選択しつつ落下して、その選択の確率はそれぞれ $p, q = 1 - p$ であり、各段階は確率的に独立であるとする。 n 段階たった後の状態を考える。



目標点
図-1

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

とおけば、 X は n 回試行を繰り返した後の目標点 O 点からの振れ値をあらわす確率変数となる。ゆえに石が α 回右に行き、 β 回左に行って $X = K$ となる確率は

$$\alpha - \beta = \frac{K}{C_i d} = k, \quad \alpha + \beta = n$$

として、 p の α 個の積と q の β 個の積 $p^\alpha \cdot q^\beta$ の $\binom{n}{\alpha}$ 個の和

$$\binom{n}{\alpha} p^\alpha \cdot q^\beta = \binom{n}{\frac{n+k}{2}} p^{\frac{n+k}{2}} \cdot q^{\frac{n-k}{2}}$$

であらわされる。これは $(p + q)^n$ を二項定理により展開した α 番目の項である。よってこの散乱分布は二項分布であることがわかる。この分布の平均値、および標準偏差は簡単な計算により

$$E(X) = n C_i d (p - q), \quad \sigma = C \sqrt{n} \cdot d \quad (\text{ただし } C = \sqrt{C_i})$$

ここで $p = q = \frac{1}{2}$ と仮定すれば、平均値は O 点(最初ねらった点)に一致し、標準偏差は水深と粒径の積の平方根に比例することになる。以上の結果は1個の石が n 段階后何処にいるかという確率分布についての考察であるが、 n 個の石について落下を繰り返した後の $X-Y$ 平面上の分布密度状態についても同様に適用することが出来る。

実験の大半は川砂を用いて行ったが、くわしくは表-1を参照されたい。これを長さ120cm、巾80cm、深さ50cmの大型水槽に適宜水を入れた水表面にわずかに接して落下させる。

水底には5mm間隔の線を引いて油浸した約50cm×50cmのセクションペーパーを敷いてガラスその他でおさえておく。図-2に示したのは個別投下の散布図の一例である。目標 ϕ 点は中央太い正方形枠の真中である。比較的正しく目標 ϕ 点のまわりに分布しており、ほぼ二項分布に従う。これらの散布図から目標 ϕ 点を平均値とし

表-1. 落下粒子および、液体の諸数値表

粒子および液体の種類		平均粒径(d) mm	粒子比重(G)	液体粘性(μ)	液体比重(G_e)	番号
石 炭	水 10°C	1.43	1.526	1.31	1.00	①
		3.40	2.69	"	"	
砂および石英	水 10°C	1.43	"	1.31	1.00	②
		3.40	"	"	"	
金剛砂	水 10°C	1.43	3.09	1.31	1.00	③
		3.40	"	"	"	
鉍 滓	水 10°C	1.43	3.36	"	"	④
		3.40	"	"	"	
銅 球	水 10°C	1.60	7.89	1.31	1.00	⑤
		3.60	8.6	"	"	
銅、ホーペリツ	水 10°C	3.60	8.6	"	"	⑥
		3.23	10.9	"	"	
鉛 散 弾	水 10°C	1.43	12.6	1.18	"	⑦
		3.40	"	1.69	"	
砂	水 14°C	"	"	"	"	⑧
		"	"	"	"	
砂	水 2°C	"	"	"	"	⑨
		"	"	"	"	
砂糖10%溶液	8°C	"	"	1.90	1.06	⑩
		"	"	"	"	
砂糖20%溶液	8°C	"	"	2.96	1.12	⑪
		"	"	"	"	
砂糖30%溶液	8°C	"	"	6.21	1.18	⑫
		"	"	"	"	

た標本偏差を計算して縦軸 $\sqrt{R \cdot d}$ 、横軸Sにプロットしたのが図-3であつてこの図で実線で示したのは前式においてC=1として求めたものである。実験値はすべて左側にかたよつておりC=1の仮定は正しくない。これは石の回転半径が粒径よりも小さいこと、すなわち著者の考え方が単純な幾何学的模型にすぎないことから生じているのであつてCの中に物理的な要素を取り入れること、たとえば粒子の比重、液体の密度、および液体の粘性などを考慮に入れなければならない。そこで表-1のごとき範囲で上記要素をいろいろ変化せしめ、 $S-\sqrt{R \cdot d}$ 直線をもとめその直線の傾斜 $S/\sqrt{R \cdot d}$ と $1/\sqrt{G \cdot \mu \cdot G_e}$ の関係を求めたのが図-4である。

これから次のような半理論式を得た

$$S = \frac{1.2}{\sqrt{G \cdot \mu \cdot G_e}} \sqrt{R \cdot d}$$

なお散らばりを小さくする問題その他に関しては講演会場で述べたいとおもう。

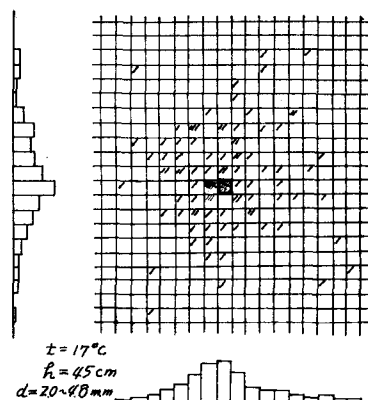


図-2.

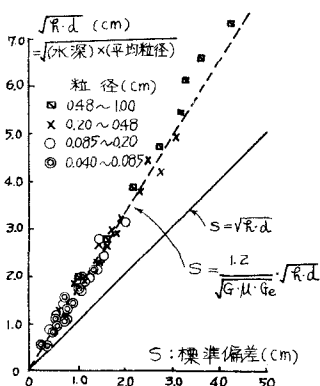


図-3.

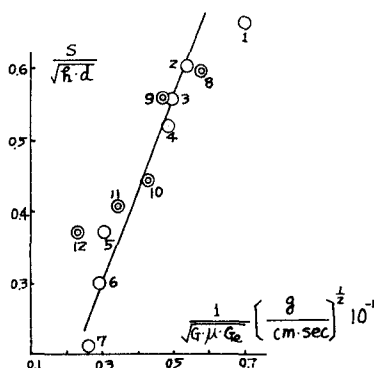


図-4.