Ⅳ—45　不規則な外力をうける構造物の確率論的研究

京都大学工学部　正員　小西 一郎
同 上　正員 ○白石 成人

構造物の耐震設計をおこなうにあたり，どの程度の地震力を考え，またその作用継続時間をいくらとすれば合理的であるかという問題は設計時に遭遇する最も困難な問題の１つである。もとより耐震構造物とするにあたつては，構造物の構造特性や崩壊をもたらすような大きな外力に対する非線型挙動等が重要であるが，地震力のような不規則な外力をうける場合，外力の時系列的不規則性を考慮した構造物の Response より耐震性，すなわち地震に対する安全性を評価することが妥当と考えられる。実際の構造物に作用する地震波は極めて複雑であるが，地殻構成の変化，それに基く地震波の屈折，回折等を考慮し，かつ比較的長い時間を対象とすると，確率論的にこの問題を考えることが合理的のように思われる。従つて，ここでは構造物の Response を非定常の確率過程と考えた場合について基礎的な考察を試みた。

いま時間 t の関数を $f(t)$ とし，$f(t)$ と $f(t')$ との相関関数 $R(t,t')$ を次のように定義する。

$$R(t,t')=\overline{f(t)f(t')} \quad {}^{1)} \tag{1}$$

全く同様にして，n 次の相関関数を考えることができるが，不規則な変動を示す物理量の大きさの確率分布は標本の数が多くなれば，正規分布に近付く[2]から，確率分布を定める Parameter としては２次の相関関数を知ればよい。初期条件として，Response $y(\xi,t=0)=0$, $\left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{t=0}=0$ とすれば，小堀氏の理論[3]より，

$$y^2(\xi,t)=\sum_{\lambda=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\varphi_\nu(\xi)\varphi_\lambda(\xi)}{\mu^8 a(\xi)w_\nu w_\lambda}\int_0^t\int_0^t\left\{\int_0^1\frac{f(s,\zeta_1)}{\sqrt{a(s)}}\varphi_\nu(s)ds\int_0^1\frac{f(s,\zeta_2)}{\sqrt{a(s)}}\varphi_\lambda(s)ds\right\}\sin w_\lambda(t-\zeta_2)\sin w_\nu(t-\zeta_1)\,d\zeta_1 d\zeta_2 \tag{2}$$

となる。ここで w_λ，w_ν は固有値，$\varphi_\lambda(\xi)$, $\varphi_\nu(\xi)$ は固有関数である。地震力は一般に構造物の地下部分より伝達されてくる場合が多く，取扱いを簡単にするため，外力 $f(\xi,t)$ は時間のみの関数と考えれば，$f(\xi,t)$ は式(2)において｛ ｝内の積分の外に出すことができる。ゆえに外力 $f(t)$ の相関関数を式(1)のように考えれば，

$$\overline{y^2(\xi,t)}=\sum_{\lambda=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\varphi_\nu(\xi)\varphi_\lambda(\xi)}{\mu^8 a(\xi)w_\nu w_\lambda}\int_0^1\frac{\varphi_\nu(s)}{\sqrt{a(s)}}ds\int_0^1\frac{\varphi_\lambda(s)}{\sqrt{a(s)}}ds\int_0^t\int_0^t R(\zeta_1,\zeta_2)\sin w_\lambda(t-\zeta_2)\sin w_\nu(t-\zeta_1)\,d\zeta_1 d\zeta_2$$

となる。これより，ある値より大きな変位を生ずるような確率を算出することができる。構造物の振動系を考えるとき，Response は各固有関数の最大値の総和より以上にはならないが，簡単のため無限大の変位を考えるものとする。地震波による構造物の Response を考える場合，多くはその最大変位が問題となり，そのため安全性の評価も主目的はある限界値以上の超過確率を知ることになるであらう。従ってこれを極値理論[4]の第１型分布，すなわち指数型分布を適用して求めると，次のようになる。

$$\Phi(x)=\exp(-e^{-\eta}) \tag{3}$$

$$\eta=\frac{1}{\beta}(x-\hat{u})=\frac{\pi}{\sqrt{6}\cdot S_x}\left\{(x-\bar{x})+\gamma\frac{\sqrt{6}}{\pi}S_x\right\}=\frac{4.02933}{S_x}(\tilde{x}+0.45005S_x)$$

図は式(3)により求めた確率と，正規分布とした場合とを比較したものである。式(3)の極値分布の極値 Parameter としては Gumbel estimator を用いた。ただし，

$$S_x=\overline{y^2(\xi,t)}$$

である。

土木構造物の安全性を考慮する時，その外力が時間的に定常である場合は非常に少なく，時間的にも，空間的にも不規則な外力をうける場合が多い。そのため，不規則な外力をうけた場合の構造物の挙動が解析されなければならないが，これは確率論により考察することが有効であり，またその場合，構造物の安全性を支配するような大きな変位を問題にするには，とくに確率が小さく，かつ分散も大きいことが期待されるから，極値論的評価が必要と思われる。ここでおこなった考察は観測，実測の困難な風や地震力のような不規則な外力に対する解析の一端であり，この方面の研究の一助ともなれば幸いである。

参　考　文　献

1) Y. C. Fung ; Jour. of App. Mech., Dec., 1955

2) 正野重方 ; 気象集誌 31 (1953) p.299

3) 小堀鐸二 ; 日本建築学会第1回研究発表会, 1947

4) E. J. Gumbel ; NBS AMS 33, U.S. Government Printing Office, 1954 (加瀬滋男訳；標準化 10 (1957) 3)