

IV-44 疲労破壊の確率について

京都大学 正員 小西一郎
神戸大学 正員 西村 昭
北海道PS 正員 〇南 武雄

1. 構造物の疲労寿命推定法として、従来、用いられてきた、いわゆる“繰返し数比積算法”では、任意の応力レベルにおける $S-N$ 曲線上の耐久回数 N と、実際に作用する応力頻度 n との比をとり、これを作用応力の全変域にわたって積算したもの、すなわち $\sum \frac{n}{N}$ が、ある常数 A に達したとき、疲労破壊を生ずると考える。(図-1 参照) この常数 A は応力の繰返し順序によって変化するもので、従来、多くの実験的研究がなされてきた。しかし、この方法で、実際構造物の疲労寿命を推定しようとする、 $S-N$ 曲線の一定応力レベル S に対する耐久回数 N のばらつき、及び、作用荷重頻度 n のばらつきが大きいため、確實な推定を行うことは困難である。本研究では、この場合の耐久回数 N のばらつきが、本質的なものであることに注目して、上述の推定法に統計的な概念を導入することにより、より合理的な推定法を提案しようとするものである。すなわち、 $S-N$ 曲線中、耐久回数 N の非超過の確率が P であるような $S-N-P$ 曲線を定め、これと応力頻度をくみあわせて得られる疲労度 $\sum \frac{n}{N} = A$ のばらつきは、応力頻度のばらつきによって生ずるものと考えて、 A の分布関数 $\Psi(A)$ を定め、 A の超過確率 $1-\Psi(A)$ と前述の非超過の確率 P との積 $P\{1-\Psi(A)\}$ を考えて、これを“疲労破壊の確率”と定義した。これは N と n のばらつきを考えた A の超過確率を与えることになる。

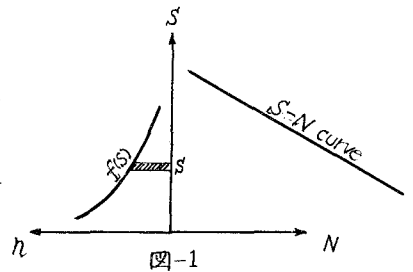


図-1

2. このような疲労破壊の確率の工学的意義を明らかにするため、その実際への応用例として、橋梁部材の疲労寿命を、ある超過確率のもとに推定してみる。橋梁に作用して疲労を生ぜしめるのは通行活荷重である。そのうち、部材の疲労に支配的影響を及ぼすのは、比較的高レベルの応力であらうと考えられるから、応力頻度分布のうち、高レベルの部分のみに注目して、これに有限分布 $f(S) = \frac{k}{S_{max}} \left(1 - \frac{S}{S_{max}}\right)^{k-1}$ あるいは指数分布 $f(S) = \lambda e^{-\lambda S}$ を近似せしめると、次のようにその寿命の推定が容易になる。こゝに k は通行輪荷重組成に関するパラメータ、 S_{max} は最大応力、 λ はパラメータ、 S は応力を表わす。

i) 応力頻度分布を有限分布で表わす場合

$$\text{応力頻度分布} \quad f(S) = \frac{k}{S_{max}} \left(1 - \frac{S}{S_{max}}\right)^{k-1} \quad (1)$$

$$S-N-P \text{ 曲線} \quad N = N_0 S_0^\theta S^{-\theta} \quad (2)$$

N_0 , S_0 は $S-N-P$ 曲線上の一稜の耐久回数と応力レベルを表わす。また、 θ は $S-N-P$ 曲線の勾配の逆数である。今、一日の全輪荷重数を α とし、 n のばらつきは、この α のばらつきに起因するものとする。 α の分布を正規分布 $N_\alpha(m_\alpha, \sigma_\alpha)$ とすれば、 n の分布も同じく正規分布 $N_n\left\{365T m_\alpha f(S), 365T \sigma_\alpha f(S)\right\}$ (T は構造物の寿命年) となり、したがって、 $\sum_{n=0}^{S_{max}} \frac{n}{N}$ の分布も正規分布 $N_R\left(\frac{m_n}{N}, \frac{\sigma_n}{N}\right) = N_R\left\{\frac{365T m_\alpha f(S)}{N}, \frac{365T \sigma_\alpha f(S)}{N}\right\}$ となる。それゆえ、 $\sum_{n=0}^{S_{max}} \frac{n}{N} = A$ の分布は次式のようにあらわされる。

A の分布 : $N \ln A = A (m_A, \sigma_A)$

$$\text{ただし } m_A = \int_0^{S_{\max}} \frac{m_A(s)}{N} ds = \frac{365 T m_{\alpha}}{N_0 S_0^{\theta}} \cdot \frac{k}{S_{\max}} \int_0^{S_{\max}} S^{\theta} \left(1 - \frac{S}{S_{\max}}\right)^{k-1} ds \quad (3)$$

$$= \frac{k S_{\max}}{N_0 S_0^{\theta}} 365 T m_{\alpha} \cdot B(\theta+1, k)$$

$$\sigma_A = \sqrt{\int_0^{S_{\max}} \left\{ \frac{\sigma_A(s)}{N} \right\}^2 ds} = \sqrt{\int_0^{S_{\max}} \left\{ \frac{S^{\theta} 365 T \sigma_{\alpha}}{N_0 S_0^{\theta}} \cdot \frac{k}{S_{\max}} \left(1 - \frac{S}{S_{\max}}\right)^{k-1} \right\}^2 ds}$$

$$= \frac{k S_{\max}}{N_0 S_0^{\theta}} \cdot 365 T \sigma_{\alpha} \sqrt{B(2\theta+1, 2k-1)}$$

ii) 応力頻度分布を指数分布で表わす場合 $f(s) = \lambda e^{-\lambda s}$ (4)

i) と同様に考えると、A の分布は正規分布であり、その平均値、標準偏差は次式で示される。

$$m_A = \int_0^{\infty} \frac{m_A(s)}{N} ds = \int_0^{\infty} \frac{365 T m_{\alpha} \cdot \lambda e^{-\lambda s}}{N_0 S_0^{\theta}} S^{\theta} ds = \frac{365 T m_{\alpha}}{N_0 S_0^{\theta} \lambda^{\theta}} \Gamma(\theta+1), \quad \sigma_A = \frac{365 T \sigma_{\alpha}}{N_0 S_0^{\theta} \lambda^{\theta}} \sqrt{\Gamma(2\theta+1)} \quad (5)$$

i) の場合は B 関数、ii) の場合は Γ 関数の計算となり、高等関数表を用いて容易に計算できる。このようにして、A の分布がきまってくると、超過確率 $1 - \Psi(A)$ に対し、標準化変数 t が対応するから、これより $t = \frac{A - m_A}{\sigma_A}$ $\therefore A = m_A + \sigma_A t$ として、寿命 T 、疲労度 A 、その超過確率 $1 - \Psi(A)$ の関係が定まってくる。今、応力と荷重の間に $1 : 1$ 対応があるものとする、 $C = \frac{S}{G}$ (S ; 応力, G ; 荷重) なる荷重-応力係数 C を導入することにより、この C と $P\{1 - \Psi(A)\}$, A , 及び T の関係から、実在構造物の材料、構造形式によって、 A , C , $P\{1 - \Psi(A)\}$ が与えられると寿命 T が推定されることになる。また、設計にあたり、 $P\{1 - \Psi(A)\}$, A , T を与えると、 C 、従って所要断面積が定まることになる。ここで P のとりかえによって同じ疲労破壊の確率のもとでも異なった C が得られるが、そのうち最小の C をとるようにしなければならない。一例として、道路橋りベット継手の母材について計算した結果を図-2 A に示す。これらは、部材の腐蝕、磨耗による断面減少を考慮していないが、それを考慮した場合について、鉄道橋 ($L=8.2m$, KS18) のリベット継手母材を例にとった計算例を図-3 に示した。

本研究は、著者の 1 人の文部省内地研究員としての研究成果の一部であり、文部省科学研究費総合研究費を使用したことを附記し感謝の意を表する。

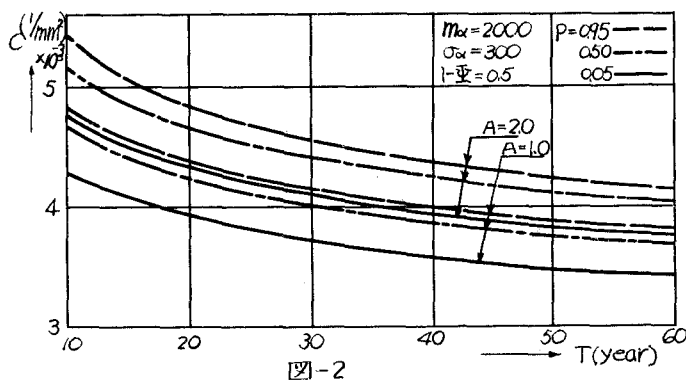


図-2

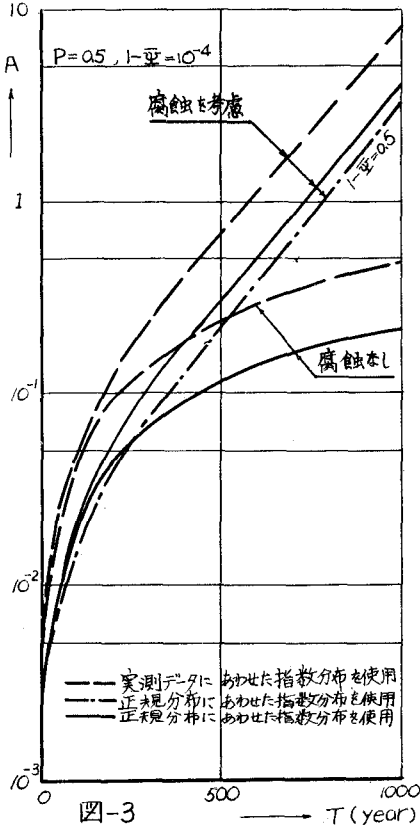


図-3