

IV-16 橋脚の振動性狀の演算に関する研究

京都大學工學部 〇金多 潔

京都大學工學部 正員 眞村敏久

序 地震時における橋脚の挙動が線型振動として解析せられる現象とは相異なり、より複雑な様相を呈することは以前から認められて來たが、この現象を非線型過渡振動として取扱った研究は皆無に等しかった。すなわちこれは地震動が不規則な波の連続であり橋脚を支持する周辺地盤の動力學特性が未解明であるのみならずこれを考慮せる運動方程式が非線型になり、方程式の一般解はおろか、個々の場合の特解を求めることも非常に困難であつた爲である。しかし、橋脚の安全かつ經濟的な設計という重要な目的の爲には、地震時の橋脚の動力學的挙動をより正確に把握することが何時迄も未解決のまま放置されることは許されない。この命題に包含される個々の問題が解明されるまでにはなおかなりの時日を要するであらうし、これらを綜合した解析結果に対する工學的判斷も必要である。本研究はこの終局の目的に至る過程として、現在の段階で可能な範囲において橋脚の非線型過渡振動の演算に関する考察を行つたものである。運動方程式の誘導に當つては複雑なる地盤の動力學的特性についてかなり大胆な抽象化を必要としたが、非線型微分方程式の解法としては今日までに知られた数々の方法と比較し、電気計算機を使用して解を求める方法について検討を加へ、將來行ふべき演算に対してこの計算機が極めて有力な手段であることが確認せられた。

§ 橋脚の運動方程式の誘導

完全弾塑性地盤に支持された一つの橋脚に水平地震動が作用する場合を考へる。振動中の橋脚の変形は地盤の弾塑性変形に比べて十分小さく、また橋脚の *rocking* 運動に伴う重力の影響は無視し得るものとすれば、橋脚は二自由度の振動系と見做し得て、橋脚の任意の梁の水平変位とその梁の周りの角変位によつて橋脚の運動が記述せられる。当実験室にて行つた模型実験によれば、振動中、橋脚の傾斜角の大きさに無関係に水平地動との相対変位の生じない一梁が存在することが確かめられたから、いまこの梁を原梁とする相対座標系と考へると、橋脚の運動は一自由度の原梁の周りの *rocking* 振動として表わされる。橋脚の質量を M 、原梁の周りの慣性能率を I_0 とすれば、地動変位 y_g が作用する場合の運動方程式は次の様に書ける。

$$I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} + \ell \bar{P}(\theta) = -M\ell \frac{d^2y_g}{dt^2} \quad (1)$$

こゝに θ は橋脚の角変位、 $\ell \bar{P}(\theta)$ は地盤全体としての復元力に對應する原梁周りの *moment* である。もしこの *moment* を假に橋脚の重心（原梁から ℓ だけ上方の梁）に作用する力 $\bar{P}(\theta)$ で代表させると、 $\bar{P}(\theta)$ は一般に地盤の力學的特性によつて定まる θ の非線型関数となる。

(1)式の誘導に當つては、橋脚周辺地盤の假想質量 (*Virtual mass*)、橋脚と地盤との間の摩擦カおよび流水の影響等は考慮に入れなかつた。また、空氣の抵抗や土の内部粘性抵抗等

振動の速度に比例する減衰は無視した。沖積層土壌の一軸圧縮試験結果からその荷重—歪の関係と完全な弾塑性と見なして差支へないものと思われる。橋脚の傾斜によって地盤は変形し、周辺地盤の応力は部分的に弾性範囲から塑性へと移行し、その部分の土壌には *plastic flow* を生ずる。いま或る深さにある土が *plastic flow* を生じ始める応力は、地盤の抵抗土圧に比例して、地表面から深くなる程大きくなると假定すれば、橋脚の傾斜角 θ の種々の大きさに対応して地盤のどの部分が塑性域に入ったかを团的に推定することが可能であり、この様にして地盤の復元力 $\bar{P}(\theta)$ の傾向と地盤の歪に対応させて画くことができる。一つの实例橋脚について、その微小振動周期と測定した *data* から橋脚周辺地盤に対しては $\bar{P}(\theta) \sim \theta$ の *diagram* の初期勾配が決定せられ、これがこの場合の地盤の復元力—角変位曲線の特性を与える。振動中 θ の正負変動に対してこの復元力曲線は *hysteresis* を画くようなものであることは既往の換型実験からも確かめられ、それは近似的に *bi-linear hysteretic* な復元力特性に抽象化することができるようなものである。

§ 非線型微分方程式の解法

前節で誘導した橋脚の運動方程式は非線型二階常微分方程式であって、従来はこれを階差方程式に直して数値計算を行うか、或いは *Meissner* の方法や *Phase-plane-delta method* 等の図解法によって、与へられた $\ddot{y}_g$ に対する解が求められて来た。これらの方法はすべて方程式の独立変数を或る小さな区間中に区切って、その区間内に於ては非線型項を線型化することによって近似解を求めるもので、従つて解の精度を高める爲には区間中をできるだけ小さく取る事が必要となり、その結果必然的に膨大な計算労力と時間を費す事に行つて来る。晩近の電気計算機の著るしい進歩発展に伴つて、前記の方法に依る計算労力と所要時間を節約し、なおかつ 0.1% 程度の誤差 (電子管式低速度型 *Analog computer* の場合) におさえることが可能になつて来た。筆者等は京都大学電子工学教室近藤研究室の協力を得て非線型 *Backlash element* を持った電子管式低速度型 *Analog computer* を使用して、(1)式によつて代表せられる橋脚の過渡振動解を求めた。なお *Backlash element* とは振動系に *bi-linear hysteretic* な復元力特性を与えるものである。

§ 解析結果並びに考察

一つの实例橋脚について或る簡単な假想的地震動が作用した場合を対象として、その加速度値と継続時間と種々変化せしめて合計 225 回の *response* を定量的に、比較的短時日の中に求めた。これ等の解の若干はそれ等と全一の條件で *Phase-plane-delta method* で得た結果と比較検討せられたが、甚に良い一致を見た。電子管式 *Analog computer* では関数発生器の使用によつて、より複雑な形の地動に対して、更には地震計で記録せられた実際の地震動そのものに対しても解が求められる様になつて来た爲、橋脚の振動性状の演算には極めて明るい将来性を持つものと言へよう。そして全時に、簡便なる図式解法は *Analog computer* から求められた結果を *check* する意味に於て、依然その有用性を保つものと思われる。

Response の詳細な解析結果の報告は次の機会に譲り、本研究に対して文部省科学試験研究費の補助を得たことを此処に記して感謝の意を表する。