

IV-14 曲線桁の理論と実験

大阪大学 正員 安宅 勝
○正員 波田 凱夫

曲線桁の設計には、従来 Gottfeldt の式が用いられることが多かったが、この式は周知の様に、立体トラスの理論から導き出されたもので、fig.1 の様に、格間内で主桁を曲げて作れば、フランジに水平力が作用したと同じ結果を招き、従って φ をあまり大きくした場合には、理論との食い違いが大きくなる。

また、fig.2 の様な lateral を用いた場合、この lateral は、外桁の応力を減じ、内桁の応力を増す作用をするので、曲線桁としては望まないのであるが、Gottfeldt の理論を使って解析することはできない。

我々は、主として fig.2 の如き lateral を用いた曲線桁の解析と模型実験を行った。模型は右の写真の如き、真鍮製のもので、lateral はビスで止めてあり、

とり外しが可能である。この lateral の影響を理論に導入するには、すでに一部で行っている様に、equivalent thickness なる概念を適用すればよい。即ち、この lateral を、剪断変形の等しい一枚の板に換算し、fig.4 の如く、断面を、二本の主桁と上下横構によつて閉じられたものに変換して、準桁として計算するのである。equivalent thickness は、fig.3 の場合には

$$t_e = \frac{E}{G} \cdot \frac{bcF}{d^3} \quad (F \text{ は断面積})$$

と与えられる。尚 fig.2 の如き double Warren 型の lateral では、この t_e を2倍して用うればよい。この様な準桁型断面について、Bending Torsion の理論を適用する。即ち、曲線梁の Bending Torsion の基本式は次式で与えられる。(fig.5 参照)

$$1) -\frac{EC_w}{r^3} \frac{d^3 \beta}{dx^4} + \left(\frac{GI}{r} - \frac{EC_w}{r^3} \right) \frac{d^2 \beta}{dx^2} + \frac{GI}{r} \beta = - \left(1 + \frac{GI}{EJ} \right) M_\alpha + \frac{C_w}{r^2 J} \frac{d^2 M_\alpha}{dx^2}$$

ここに C_w は曲げねじり剛性、 GI はねじり剛性である。
又、 β はねじれ角で、外側へねじれるのを正とする。

fig.4 の様な、非対称閉断面の Shear center

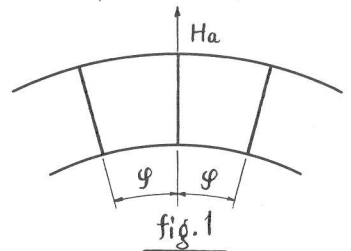


fig.1

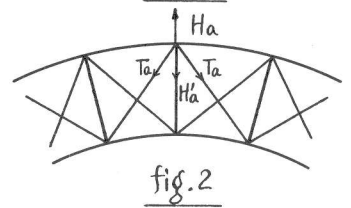


fig.2

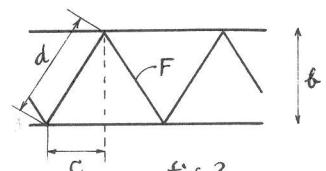
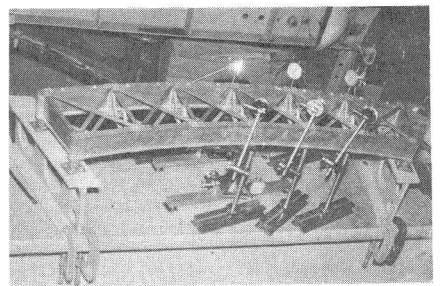


fig.3

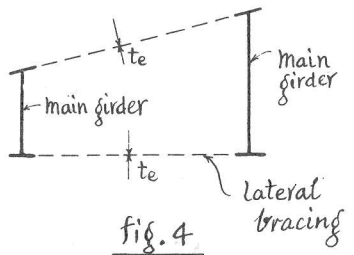


fig.4

あるいは、曲げ捩り剛性 C_w 等の計算には、いわゆる Warping Theory を用いて行うとよい。Warping とは 捩りを受けた断面の軸方向へのそりであつて、 $W = w\beta'$ であられる。こゝに w は unit warping と言われるもので、次式で表される。(fig. 6 参照、 X, Y は主軸)

$$2) \quad w = \int_0^u \left(\frac{\partial}{\partial s} - p \right) du + vq + C \quad (C \text{ は積分常数})$$

こゝに $\partial = 2F / \oint \frac{du}{s}$, F は閉断面中心線の囲む面積である。また、 C は、軸の伸縮はないという条件、即ち

$$\int w dA = 0$$

であられる。こゝで、重心 C.G. に関する unit warping を $\bar{w}$ とすれば

$$3) \quad \bar{w} = \int_0^u \left(\frac{\partial}{\partial s} - \bar{p} \right) du + v\bar{q}$$

Shear center の座標 e_x, e_y は次式で求められる。

$$4) \quad e_x = \frac{\int \bar{w} y dA}{J_x}, \quad e_y = \frac{-\int \bar{w} x dA}{J_y}$$

又、曲げ捩り剛性は

$$5) \quad C_w = \int w^2 dA \quad \text{であられる。尚、式 1) の境界条件は、両端単純支持の場合は}$$

両端にて $\beta = 0, \beta'' = 0$, 及び荷重点における連続条件であられる。また曲げ捩りによる直応力を σ_2 , 曲げによる直応力を σ_1 とすれば、桁の応力は、 $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ であられるが、 σ_2 は次式で求められる。

$$6) \quad \sigma_2 = wE \left(\frac{1}{r^2} \frac{d^2 \beta}{ds^2} - \frac{1}{r^3} \frac{d^2 v}{ds^2} \right)$$

こゝに w は直応力を求めるための unit warping
 v は垂直方向の変位である。

この曲げ捩りの応力 σ_2 によつて、曲線桁に働く応力は、外側桁において減重せられ、内側桁において加重せられる結果を与へ、fig. 2 の様な lateral を考慮にのれた曲線桁の解法としては、一応、妥当なものではないかと思われる。

equivalent thickness なる概念を用いると、fig. 7 の様に床版と lateral で閉じられた準箱型断面を考えることも可能である。この場合床版の equivalent thickness は

$$7) \quad t_e = E_c(1 + \mu_c) / E_s(1 + \mu_s)$$

であられる。尚、曲線桁の lateral としては、fig. 8 の様なものを考えられる。こうすれば、格向を事実上 $9/2$ に割つたことになり有利である。各種断面の曲線桁の実験結果及び、計算例の詳細は講演会に於て発表する。

