

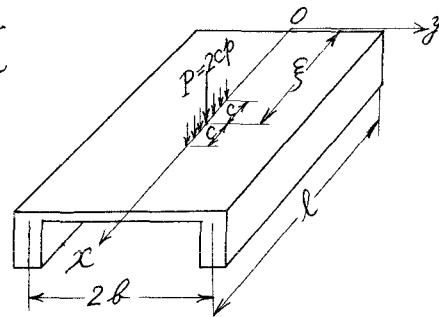
IV-11 弾性梁を有する版について

北大工学部 正員 芳村 仁

要旨 例えば鉄筋コンクリート桁橋とか箱桁橋の椀に数本の主桁に版が支えられている時通常主桁間隔を支向とするある中をもつた桁と主桁とからなる構造として計算する。実際には版と弾性梁からなる構造であるがここではこの基本的な場合として両辺が単純支持され地の二辺が二本の主桁に支えられた版としてその中央に橋軸方向に沿って線荷重又は集中荷重が作用する場合を取扱った。すなわち辺長比

$b/l = 1.0$ 或 5.0 の各々の場合につき主桁と版の剛性が種々変化する場合の版の撓みと及ぼす影響及び主桁の撓り抵抗が撓みに及ぼす影響について検討した。

弾性梁に支えられた版が線荷重又は集中荷重を受ける場合



図の様な版の撓みとして次式を採用する。

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin k_n y + B_n \cos k_n y + C_n \cosh d_n y + d_n \sinh d_n y) \sin n x l$$

但し W = 版の撓み, $d_n = \frac{\pi n c}{l}$, A_n, B_n, C_n, d_n = 未定係数

この式は板の微分方程式 $\Delta \Delta W = 0$ を満足している。

A_n, B_n, C_n および d_n は境界の条件で決定される。特に弾性梁で支えられた場合の条件は次の様になる。

$$y = \pm b \quad EI \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = N \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + (2-\nu) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)$$

$$y = \pm b \quad GJ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right) = N \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)$$

但し N = 版の剛度, EI = 弾性梁の曲げ剛性, GJ = 弾性梁の捩り剛性

ν = ポアソン比, E, G = 弾性梁の材料の弾性係数及び剪弾性係数。

計算上の便宜のために

$$k = \frac{EI}{Nb}, \quad \lambda = \frac{GJ}{Nb}$$

なる k と λ を導入する。今弾性梁の断面として中 b 高さ h なる矩形断面を考へると細長い矩形断面に対する J の式として $J = \frac{1}{3} b^3 (h - 0.63b)$ を採用すれば²⁾ $k/h = E$ とおき I を断面の moment of inertia とすれば $J = \frac{4}{9} (E - 0.63) I$ となり k と λ の関係すなわち EI と GJ の関係がある主桁断面について求められ容易に計算できる。

結局求める係数 $A_n \sim d_n$ は次の様になる。

$$A_n = -d_n = \frac{\sin k_n b \cdot \sin d_n c}{\pi^2 \pi^4} \cdot \frac{Pl^3}{N} \quad (\text{line load に対し})$$

$$B_n = \left\{ \frac{A_2 C_1 - C_2 A_1}{B_2 C_1 - C_2 B_1} \right\} A_n = h_n' A_n$$

$$C_n = \left\{ \frac{A_1}{C_1} - \frac{B_1 \cdot \sin \lambda}{C_1} \right\} \sin \lambda = C_n' \sin \lambda$$

組1

$$A_1 = h \cdot k \cdot (\alpha^2 b \cdot \cosh \alpha b - \alpha \cdot \sinh \alpha b) + (\alpha b \cdot \sinh \alpha b - 2 \cosh \alpha b)$$

$$B_1 = h \cdot k \cdot \alpha^2 b \cdot \sinh \alpha b + \alpha b \cdot \cosh \alpha b - \sinh \alpha b$$

$$C_1 = h \cdot k \cdot \alpha \cosh \alpha b + \sinh \alpha b$$

$$A_2 = h \cdot \lambda \cdot \alpha^2 b \cdot \sinh \alpha b + \sinh \alpha b + \alpha b \cdot \cosh \alpha b$$

$$B_2 = h \cdot \lambda \cdot (\alpha \cdot \sinh \alpha b + \alpha^2 b \cdot \cosh \alpha b) + (\alpha b \cdot \sinh \alpha b + 2 \cosh \alpha b)$$

$$C_2 = h \cdot \lambda \cdot \alpha \sinh \alpha b + \cosh \alpha b$$

尚、 $k=0$, $\lambda=0$ の場合は弾性梁のなり2辺単純支持、他の2辺自由な版となる。
本研究は昭和33年度文部省科学研究費の補助による研究の一部であることを付記する。

- 参考文献
- 1) Timoshenko : Theory of Plates and Shells.
 - 2) Bleich : Theorie und Berechnung der eisernen Brücken.