

III—50 アーチダムの振動性状に及ぼす貯水並びに岩盤変形の影響

九大工学部 正員 小坪清真

アーチダムの振動性状に及ぼす貯水並びに岩盤変形の影響を明らかにするために、これらの影響を理論的に考察した。アーチダムは図—1に示すように、斜円錐殻の一部と考えられるが、ここでは簡単のために、円筒殻理論によりエネルギー法を用いて固有周期及び振動型を求めた。

対称振動に対し、半径方向変位 u 及び切線方向変位 v を次のように仮定する。(図—2)

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_p \sum_q a_{pq} U_p(\theta) U_q(s) \cos \omega t, \quad s = \frac{R}{h} \\ v &= \sum_p \sum_q b_{pq} V_p(\theta) V_q(s) \cos \omega t \end{aligned} \right\} \text{---(1)}$$

このような変形によるアーチダムの運動エネルギー T 及び歪エネルギー V を、 a_{pq} 及び b_{pq} をparameterとして表わせば、振動率 ω が $\partial(V-T)/\partial a_{pq}=0$, $\partial(V-T)/\partial b_{pq}=0$ の連立方程式から求められることは周知の通りである。

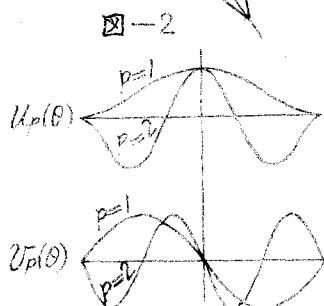
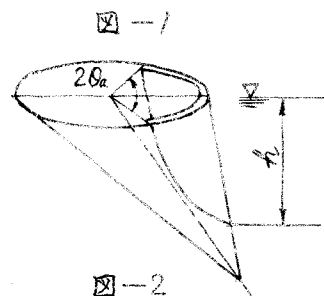
貯水時には、変位 u によって動水圧を生じ、この動水圧分布は u によって変化し、 u はまた動水圧分布によって変化するから、両者の変化を同時に考えなければならない。それには、Lagrangeの運動方程式を用い、動水圧を一般力の中に取り入れると便利である。(1)式の変位 u による動水圧 σ_u は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \sigma_u &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2w_0 E_n w^2 h \cos \mu \theta \cos \lambda_m h s}{g \rho_a j_m^2 h (A_{mu}^2 + B_{mu}^2)} 2 \left\{ A_{mu} J_u(j_m' r_e) + B_{mu} Y_u(j_m' r_e) - i [A_{mu} Y_u(j_m' r_e) - B_{mu} J_u(j_m' r_e)] \right\} e^{i \omega t} \\ &\quad \times \sum_p \sum_q a_{pq} f_{pqmn} \\ &\quad + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2w_0 E_n w^2 h \cdot 2K_u(j_m' r_e) \cos \mu \theta \cos \lambda_m h s \cdot e^{i \omega t}}{g \rho_a j_m^2 h \{K_{u-1}(j_m' r_e) + K_{u+1}(j_m' r_e)\}} \sum_p \sum_q a_{pq} f_{pqmn} \text{---(2)} \end{aligned}$$

ここに、 $A_{mu} = J_{u-1}(j_m' r_e) - J_{u+1}(j_m' r_e)$, $B_{mu} = Y_{u-1}(j_m' r_e) - Y_{u+1}(j_m' r_e)$, $\mu = n\pi/\theta_a$, $\lambda_m = (2m+1)\pi/2h$, $j_m' = \sqrt{C^2 - \lambda_m^2}$ ($C^2 > \lambda_m^2$ のとき), $j_m' = \sqrt{\lambda_m^2 - C^2}$ ($\lambda_m^2 > C^2$ のとき), $C^2 = w_0 w^2 / g E_n$, $E_n = 1$, $E_n = 2$, $f_{pqmn} = \int_0^{\theta_a} U_p(\theta) U_q(s) \cos \mu \theta \cos \lambda_m h s \cdot d\theta ds$, w_0 は水の単位重量, E_n は水の体積弾性率, g は重力加速度, r_e は上流面半径, h は堤高, $2\theta_a$ はアーチ中心角, S は $\lambda_m^2 > C^2$ を満足する m の最小値である。

従って、 a_{pq} に対する一般力 Q_{pq} は次のようになる。

$$Q_{pq} = \frac{w_0}{g} w^2 h^3 \sum_{p'} \sum_{q'} a_{p'q'} (d_{p'q'pq} + d_{p'q'pq}) e^{i \omega t} \text{---(3)}$$



$$d'_{p'q'p'q} = \sum_{m=0}^{s-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\epsilon_n \gamma_e f_{p'q'mn} f_{p'q'mn}}{\hbar \partial_a j_m \hbar (A_{m\mu}^2 + B_{m\mu}^2)} 2 \left[\{A_{m\mu} J_{\mu}(j'_m \gamma_e) + B_{m\mu} Y_{\mu}(j'_m \gamma_e)\} - i \{A_{m\mu} Y_{\mu}(j'_m \gamma_e) - B_{m\mu} J_{\mu}(j'_m \gamma_e)\} \right]$$

$$d_{p'q'p'q} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\epsilon_n \gamma_e \cdot 2K_{\mu}(j_m \gamma_e) f_{p'q'mn} f_{p'q'mn}}{\hbar \partial_a j_m \hbar \{K_{\mu-1}(j_m \gamma_e) + K_{\mu+1}(j_m \gamma_e)\}}$$

従つて, Lagrange の運動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial a_{p'q}} (V-T) = Q_{p'q}, \quad \frac{\partial}{\partial b_{p'q}} (V-T) = 0 \quad \text{---(4)}$$

$Q_{p'q}$ は U を含み, アーチダムの運動エネルギーを増す方向に作用する。

岩盤変形を考える場合には, 境界条件の変化に適合するように, 岩盤変形による変位を附加しなければならぬ。すなわち, (図-3)

$$U = \left\{ \sum_P \sum_q a_{p'q} U_p(\theta) U_q(s) + \sum_P \sum_q \bar{a}_{p'q} \bar{U}_p(\theta) \bar{U}_q(s) \right\} \cos \omega t$$

$$V = \left\{ \sum_P \sum_q b_{p'q} V_p(\theta) V_q(s) + \sum_P \sum_q \bar{b}_{p'q} \bar{V}_p(\theta) \bar{V}_q(s) \right\} \cos \omega t \quad \text{---(5)}$$

弾性振動による岩盤変形はまだ明らかでないが, 一応 V_{tgt} の式を採用してみる。アバットの变形はアーチの応力のみにより生ずるものと仮定し, 片持梁素片の応力の影響を省略すると, 岩盤変形は次式となる。

アーチの曲げモーメントによるアバットの回転角

$$\Delta \alpha = \frac{k_1 M_a}{E_R t^2} = -\frac{k_1}{1-\nu^2} \frac{E_c}{E_R} \frac{t}{12R^2} \sum_P \sum_q a_{p'q} \frac{d^2 U_p(\theta_a)}{d\theta^2} U_q(s) \quad \text{---(6)}$$

アーチの直推力によるアバットの水平変位

$$\Delta y = \frac{k_2 N_a}{E_R} = -\frac{k_2}{1-\nu^2} \frac{E_c t}{E_R R} \sum_P \sum_q b_{p'q} \frac{d V_p(\theta_a)}{d\theta} V_q(s) \quad \text{---(7)}$$

一方, 変形が(5)式で表わされる場合には,

$$\Delta \alpha = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_a} = \frac{1}{R} \sum_P \sum_q \bar{a}_{p'q} \frac{d \bar{U}_p(\theta_a)}{d\theta} \bar{U}_q(s) \quad \text{---(8)}$$

$$\Delta y = (V)_{\theta=\theta_a} = \sum_P \sum_q \bar{b}_{p'q} \bar{V}_p(\theta_a) \bar{V}_q(s) \quad \text{---(9)}$$

(6)式と(8)式, (7)式と(9)式を等置することによつて, アバットにおける境界条件を満足させるための係数間の関係を求めることができる。

右図は上植葉ダムに対する計算結果の一部である。

なお, 本文は文部省科学研究費による研究成果の一部である。

図-3

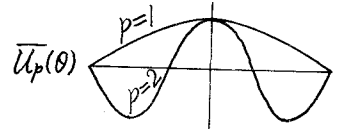
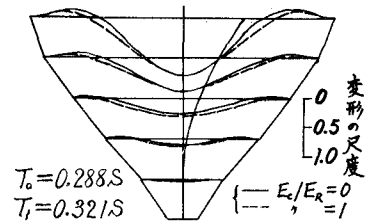


図-4

半径方向変形



切線方向変形

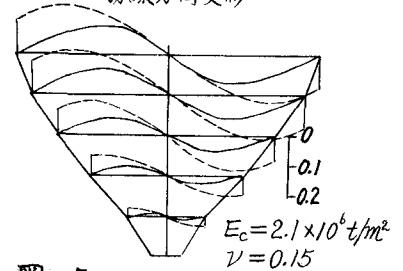


図-5

半径方向変形

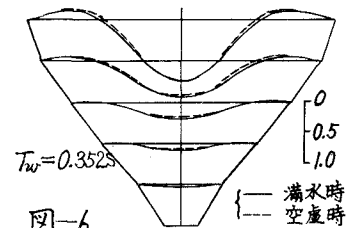


図-6

動水圧

