

### III—38 底勾配が緩やかに変化する放射状の流れについて

九州大学工学部 正員 荒木正夫

ここに言う放射状の流れとはすべての流線が1点より発するか、又は1点に向つて集中するが如き向きを有する矩形断面開水路流れを呼ぶものである。このような流れは、例えば越流式アーケダム、河川の内水排除、水抜穴のまわりの流れ、水道蛇口の下り流しの上、等の如き場合に実際に見られるのであって、その特色は水深及び底勾配が半径 $r$ のみの関数であつて、中心角方向には変化しないことである。このような放射状の流れについて不等速定流公式を誘導すると次式が得られる。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{i - \frac{g^2}{C^2 h^3 r^2} \pm \frac{\alpha g^2}{g h^3 r^2}}{1 - \frac{\alpha g^2}{g h^3 r^2}} \quad \text{-----}(1)$$

ただし、+符号は外向流 ( $dr/dx = 1$ , 図-1),  
-符号は内向流 ( $dr/dx = -1$ , 図-2),  
に適用される。また,  $g = Q/\theta$

ここに、 $h$ は水深、 $Q$ は全流量、 $\theta$ は水路両側壁のはさむ中心角、 $g$ は単位中心角あたりの流量、 $i$ は底勾配、 $C$ はChézyの常数、 $\alpha$ は速度分布に関する補正係数、 $x$ は流れの方向に底面に沿つて測つた距離、 $g$ は重力の加速度である。

#### 1. 外向流 (図-1)

(1)式にてあらわされる水面曲線の領域及び遷移流の特性を調べるに当り、まず、分母=0, より

$$h_c = \left( \frac{\alpha g^2}{g r^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{-----}(2)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{i h^3 - i_0 h_c^3 + h_c^3 h/r}{h^3 - h_c^3} \quad \text{-----}(3)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dh}{dx} - i = \frac{h_c^3 (i - i_0 + h/r)}{h^3 - h_c^3} \quad \text{-----}(4)$$

ただし、 $i_0 = g/\alpha C^2$  とする。(3),(4)式より  $h_1$ ,  $h_2$ をそれぞれ次式にて定義する。

$$i h_1^3 - i_0 h_c^3 + h_c^3 h_1/r = 0 \quad \text{-----}(5)$$

$$h_2 = r(i_0 - i) \quad \text{-----}(6)$$

(2),(5),(6)にて与えられる  $h_c$ ,  $h_1$ ,  $h_2$ が水面領域を区分する3曲線である。これらの3曲線の交点は  $i = 0$  の例外を除き常に1点に会する。この交点は特異点であつて、これらは一般に鞍形点、結節点、渦状点の3種に分類され、鞍形点では常流→射流、結節点では射流→常流、にそれぞれ滑らかに遷移する。渦状点では遷移流は存在しない。

図-1 外向流

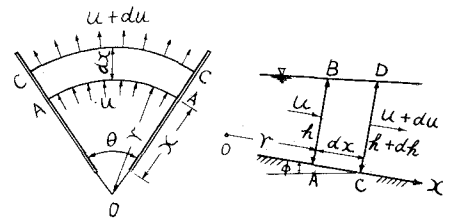
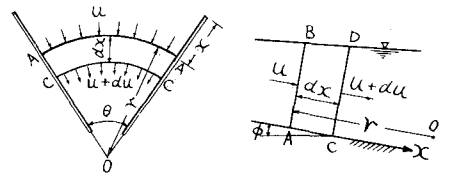


図-2 内向流



い。  $l = 0$  において、常に  $h_1$ ,  $h_2$  両曲線が交叉または一致するが、この交点は  $h_c$  曲線もこの交叉を通る場合を除き特異点とはならない。底勾配  $l = \text{一定}$  の場合については他の機会に論じてあるから、ここでは底勾配が下記の如く滑らかに放物線的に変化する場合を取り扱う。ただし底勾配の変化率は緩やかであるとして、底面弯曲による遠心力の影響は考慮しない。

ケース I .....  $l = l_1 + ar$  (図-3)

ケース II .....  $l = -l_1 + ar$  (図-3)

ケース III .....  $l = l_1 - ar$  (図-3)

ケース IV .....  $l = -l_1 - ar$  (図-3)

各ケースについて  $h_c$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  3 曲線の相互位置に基づく領域区分の代表的な数例を図-5 ~ 8 に示した。これらの図において領域記号の意味は次表の通りである。本表は内向流についても全く同一に適用される。

右表の 8 種の領域に区分される。

次に特異点は最大 2 つまで存在し得るが、2 つのときは上流側より  $C_1$ ,  $C_2$  と呼ぶ、1 つのときは以下單に  $C$  と呼ぶことにする。 $C_1$ ,  $C_2$  が存在するのはケース I, II にして、かつ図-5, 6 に記入した流量条件を満足する場合に限られるが、これらのうち  $C_2$  は常に鞍形点であつて  $T_4$  より  $S_4$  (又は  $T_3 \rightarrow S_3$ ) に遷移する支配断面となる。 $C_1$  は

|     | 記号    | $dh/dx$     | $dH/dx$     | 水深 | 水位 | 底勾配        |
|-----|-------|-------------|-------------|----|----|------------|
| 常流域 | $T_1$ | $dh/dx > 0$ | $dH/dx > 0$ | 増加 | 上昇 |            |
|     | $T_2$ | $dh/dx > 0$ | $dH/dx < 0$ | 増加 | 低下 | $l > 0$ のみ |
|     | $T_3$ | $dh/dx < 0$ | $dH/dx > 0$ | 減少 | 上昇 | $l < 0$ のみ |
|     | $T_4$ | $dh/dx < 0$ | $dH/dx < 0$ | 減少 | 低下 |            |
| 射流域 | $S_1$ | $dh/dx > 0$ | $dH/dx > 0$ | 増加 | 上昇 |            |
|     | $S_2$ | $dh/dx > 0$ | $dH/dx < 0$ | 増加 | 低下 | $l > 0$ のみ |
|     | $S_3$ | $dh/dx < 0$ | $dH/dx > 0$ | 減少 | 上昇 | $l < 0$ のみ |
|     | $S_4$ | $dh/dx < 0$ | $dH/dx < 0$ | 減少 | 低下 |            |

結節点又は渦状点の何れかとなる。 $C$  は一般に結節点又は渦状点の何れかであつて、鞍形点となることはない。

## 2. 内向流 (図-2)

$h_c$  は同じく (2) 式で定義すると (1) 式より

$$\frac{dh}{dx} = \frac{ih^3 - i_0 h_c^3 - h_c^3 h/r}{h^3 - h_c^3} \quad \text{----- (7)}$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{h_c^3 (i - i_0 - h/r)}{h^3 - h_c^3} \quad \text{----- (8)}$$

(7), (8) 式より  $h_1$ ,  $h_2$  を次式にて定義する。

$$ih_1^3 - i_0 h_c^3 - h_c^3 h_1/r = 0 \quad \text{----- (9)}$$

$$h_2 = r(i - i_0) \quad \text{----- (10)}$$

$h_c$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  の交点は常に 1 点に会し、この特異点も一般に鞍形点、結節点、渦状点に分類され、その遷移特性は外向流の場合と全く同一である。底勾配の種類については外向流と同様に 4 つのケースに分類する (図-4)。各ケースについて領域区分を図-9 ~ 12 に示した。内向流の場合も特異点は最大 2 つまで存在し得るが、2 つのときは上流

側より  $C_1$ ,  $C_2$ , 1つのときは  $C$  と呼ぶことにすれば,  $C_1$ ,  $C_2$  はケースⅢに限って存在し得るものであり,  $C$  はケースⅠ, Ⅱに常に存在する。  $C_1$  は常に鞍形点 ( $T_4 \rightarrow S_4$ ,  $T_2 \rightarrow S_2$ )  $C_2$  及び  $C$  は結節点 ( $S_2 \rightarrow T_2$ ) 又は渦状点の何れかである。

図 - 3 底勾配 (外向流)

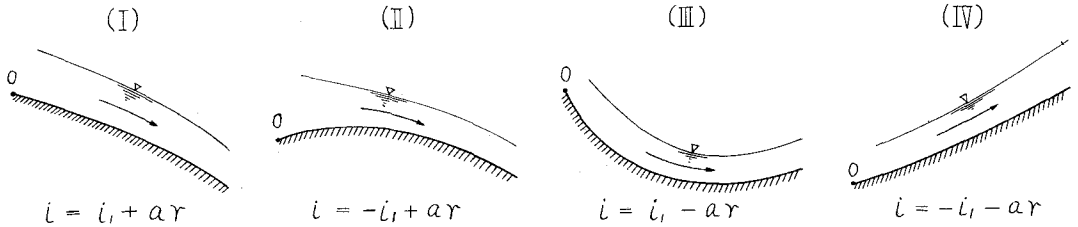


図 - 4 底勾配 (内向流)

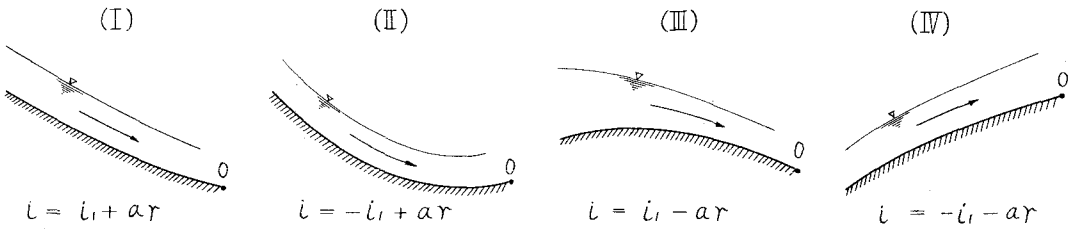


図 - 5  $l = l_1 + ar$  (外向流) の水面形領域

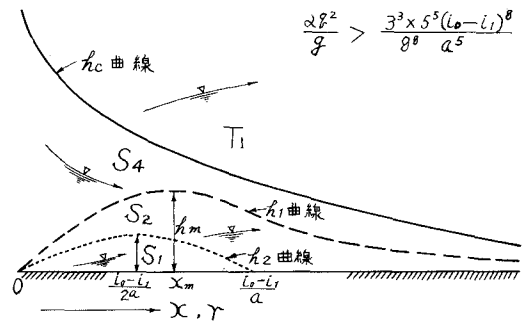
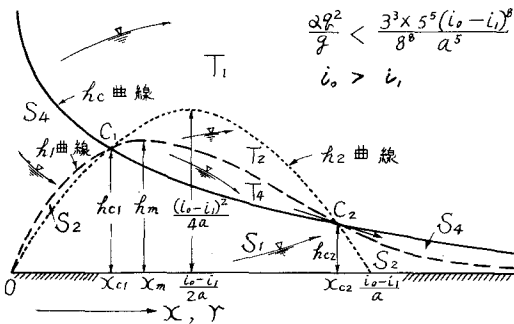


図 - 6  $l = -l_1 + ar$  (外向流) の水面形領域

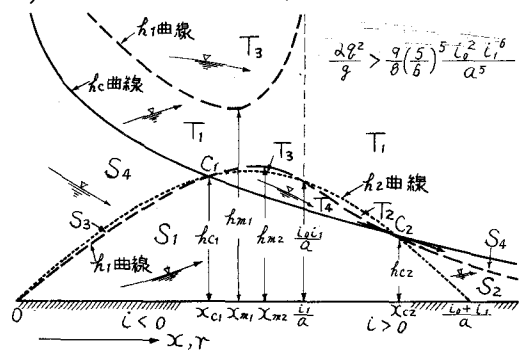
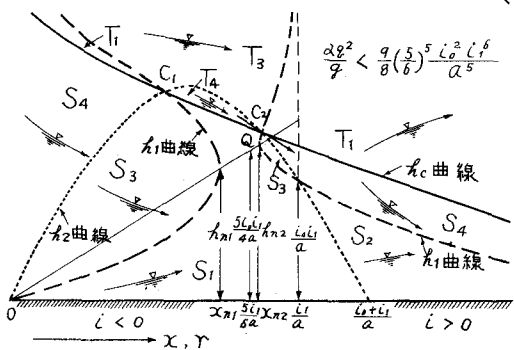


圖-7  $l = l_1 - ar$  (外向流) の水面形領域

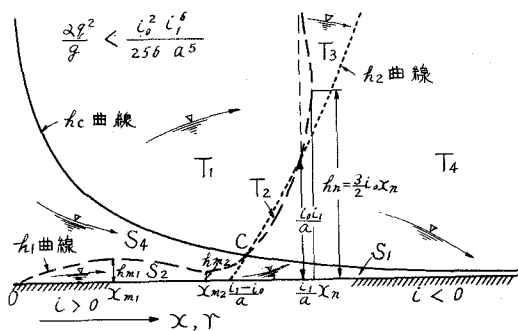


圖-8  $l = -l_1 - ar$  (外向流)

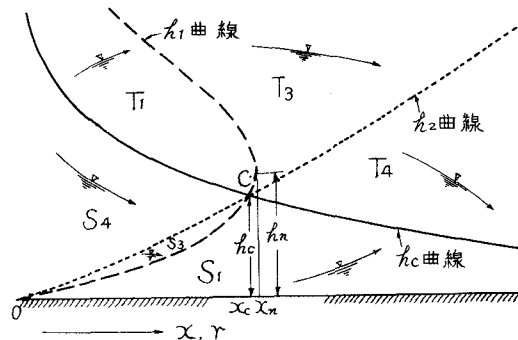


圖-9  $l = l_1 + ar$  (内向流)

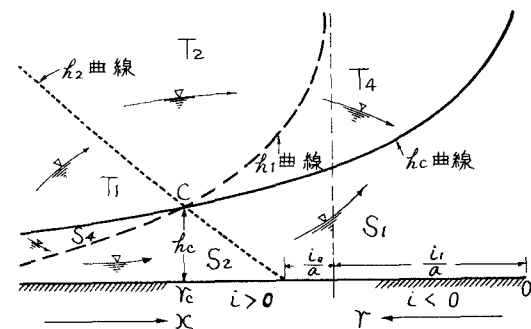


圖-10  $l = -l_1 + ar$  (内向流)

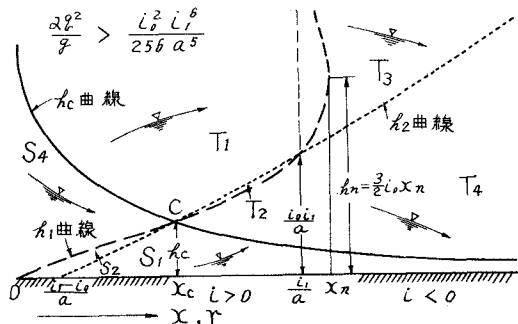


圖-11 (1)  $l = l_1 - ar$  (内向流)

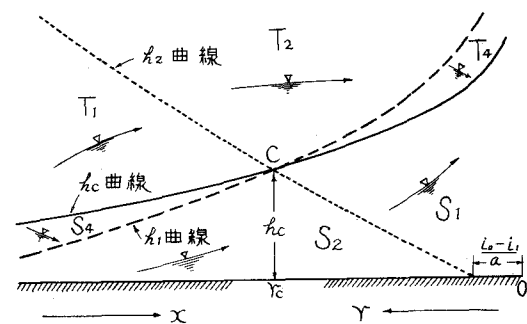


圖-11 (2)  $l = l_1 - ar$  (内向流)

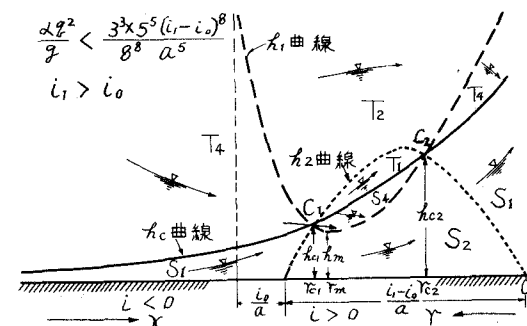


圖-12  $l = -l_1 - ar$  (内向流)

