

### Ⅲ—33 開水路 二次流 について

大阪大学 工学部 正員 室田 明

大阪大学 大学院 正員 ○ 和田 明

§1. 概要：本文は、漸変断面水路における二次流の発生及び主流との関連について説明したものである。開水路において、流水の加速度  $\frac{DU}{Dt}$  が存在する場合は、例えば洪水時の増水時 ( $\frac{\partial u}{\partial t} > 0$ ) には水面が凸になり、減水時には逆に凹状になり、之に対応する二次流が発生する筈である。筆者等は、この様な時間的加速度項のみならず、空間的加速度項によっても、横断方向水面勾配が存在し、従つてそれに対応する二次流が発生するのではないかとの予測の下に、以下若干の考察を行ったものである。すなわち、

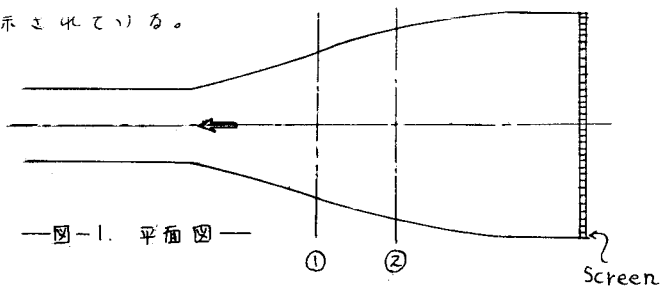
$$\frac{DU}{Dt} \cong \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x}$$

であるから、定常状態 ( $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ ) であつて、堰上げ背水 ( $\frac{\partial u}{\partial x} < 0$ )、又は、低下背水 ( $\frac{\partial u}{\partial x} > 0$ ) の場合も、横断方向水面勾配の有無をまず確認する必要がある。そこで筆者等は関西電力宇治発電所取水路で、横断方向に精密な水位測定を行った。此等の結果が、図-1, 2, 3 に示されている。

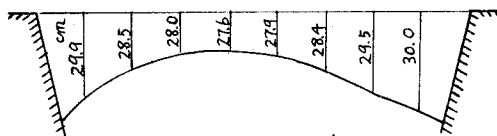
断面①-①及び②-②は、堰上げ背水の影響を受けている地盤で、あつて下図の如き、明瞭な横断方向水面勾配がみられる。尚、

$$Q = 55.07 \text{ m}^3/\text{sec}$$

$$U_m = 1.60 \text{ m/sec}$$



—図-1. 平面図—



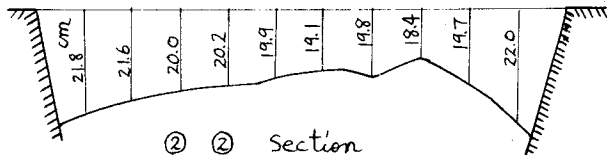
① ① section

$$\text{縮尺 縦 ; } S = \frac{1}{15}$$

$$\text{横 ; } S = \frac{1}{100}$$

$$\text{平均水深 } H_m = 5.376 \text{ m}$$

—図2—



② ② section

$$\text{縮尺 縦 ; } S = \frac{1}{15}$$

$$\text{横 ; } S = \frac{1}{100}$$

$$\text{平均水深 } H_m = 5.112 \text{ m}$$

—図3—

#### §2. 二次流の発生及び二次流と主流との関連について。

以下、円筒座標 ( $r, \varphi, z$ ) を用いることにすれば、運動方程式は、次の如くなる。

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \varepsilon_r \left( \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \varepsilon_\varphi \left( \nabla^2 v + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \varepsilon_z \cdot \nabla^2 w \quad (3)$$

但し、 $\varepsilon_z$  は、 $z$  方向についての乱流拡散係数の成分とする。

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

連続方程式は、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

今、 $r \gg r_0$  なる領域を考えれば、

(i) 二次流が、なければ

$u \equiv u_0$ ,  $v \equiv 0$ ,  $w \equiv 0$  . 従って  $u_0$  は、(1)より

$$u_0 \frac{\partial u_0}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial r} + \varepsilon_r \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_0}{\partial \varphi^2} - \frac{u_0}{r^2} \right) \quad (5)$$

但し、内部 energy 損失は、主として、 $\varphi$  方向の  
乱れ拡散によるものとする。

(ii) 二次流が存在すれば、

$u \equiv u_0 + u'$ ,  $v \equiv v'$ ,  $w \equiv w'$ ,  $p \equiv p_0 + p'$

こゝに、 $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ,  $p'$  は、微小量とすれば、(1)より、

$$u_0 \frac{\partial u_0}{\partial r} + u_0 \frac{\partial u'}{\partial r} \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \varepsilon_r \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_0}{\partial \varphi^2} - \frac{u_0}{r^2} \right)$$

但し、内部 energy 損失は、主流で受持つ。

$$(5) \text{ と } (6) \text{ より、 } u_0 \frac{\partial u'}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial r} \quad (7)$$

$$\text{又、(2) 及び (3) から、 } u_0 \left( \frac{\partial v'}{\partial r} - \frac{v'}{r} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p'}{\partial \varphi}, \quad u_0 \frac{\partial w'}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} \quad (8)$$

$$(7) \text{ 及び } (8) \text{ より } \frac{\partial^2 v'}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial v'}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u'}{\partial \varphi^2} \quad (9)$$

一方、連続方程式 (4) で、 $r$  の大きい領域を

考えるので  $\frac{u'}{r}$ ,  $\frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial \varphi}$  は他項に比して、小さく、更に水面近くでは、 $\frac{\partial w'}{\partial z}$  を無視出来るので、

$$\frac{\partial u'}{\partial r} \approx -\left( \frac{\partial u_0}{\partial r} + \frac{u_0}{r} \right) \quad (10)$$

(10) を (9) に代入すると、 $v'$  に関する基礎式として、

$$\frac{d^2 v'}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dv'}{dr} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\partial u_0}{\partial r} + \frac{u_0}{r} \right) \quad (11)$$

(11) を、 $\eta \equiv \int e^{-\frac{1}{2} \frac{dr}{r}} dr = -\frac{1}{r}$  なる変数変換を行なえば、次式の如くになる。

$$\frac{d^2 v'}{d\eta^2} + 4 \frac{dv'}{d\eta} = -\frac{2}{\eta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ \eta \frac{\partial u_0}{\partial \eta} - u_0 \right\} \quad (12)$$

(5) の解として、定まる、 $(u_0)_{\varphi=\frac{\pi}{2}}$  は、 $r \gg r_0$  では、 $\frac{1}{r^2} = \eta^2$  に比例し、Blasius の  $\frac{1}{4}$  乗則

に、従うものとして、次のようにおく。  $u_0 = \frac{A}{r^2} \left( \frac{\varphi - \theta}{\frac{\pi}{2} - \theta} \right)^{\frac{1}{4}} = A \eta^2 \left( \frac{\varphi - \theta}{\frac{\pi}{2} - \theta} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (13)$

(12) 及び (13) より、

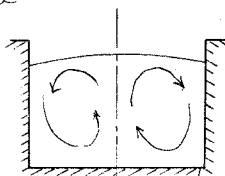
$$\frac{dv'}{d\varphi} = -\frac{3}{98} u_0 \frac{1}{(\varphi - \theta)^{\frac{1}{4}}} \quad , \quad v' = +\frac{1}{28} \frac{u_0}{\varphi - \theta} \quad (14)$$

(I) Convergent Channel

( $u_0 < 0$ ,  $\frac{\partial u_0}{\partial r} > 0$ )

$$v' < 0$$

$$\frac{dv'}{d\varphi} > 0$$

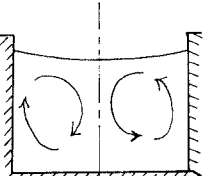


(II) Divergent Channel

( $u_0 > 0$ ,  $\frac{\partial u_0}{\partial r} < 0$ )

$$v' > 0$$

$$\frac{dv'}{d\varphi} < 0$$



尚、これらの実験結果については、講演の際、報告する。