

III-21 弁の周期的開閉による水撃圧

東京大学工学部 正負 嶋 祐之

○ 同 正負 萩原能男

1. 理論 図-1 に示す通り管の内径を

D 、全長を L 、貯水池からの距離を x 、圧力を P 、平均流速を V 、Chezy の常数を C 、重力の加速度を g 、時間を t 、水の密度を ρ_0 、波速を a とすると、基礎方程式は、

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{g V^2}{C^2 D} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0 a^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (2)$$

となる。更に $P(x, t) = P(x, 0) + p(x, t) \dots (3)$ $V(x, t) = V(x, 0) + v(x, t) \dots (4)$ と考えて、

$|P(x, 0)| > |p(x, t)|$ $|V(x, 0)| > |v(x, t)|$ なる仮定のもとに式(1)、(2)を線形化すると、

$$\frac{\partial v}{\partial t} + V_0 \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{g V_0}{C^2 D} v \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0 a^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + V_0 \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (6)$$

但し $V_0 = V(0, 0)$ 。この線形基礎方程式を次の 10 個の無次元量を用いて書きなおすと式(7)、(8)が得られる。 $u = v/V_0$ 、 $h = p/P_0$ 、 $\xi = x/L$ 、 $z = t/T$ 、 $\varphi = \psi/\psi(0)$ 、 $z_0 = aT/L$ 、 $z\rho = \frac{\rho_0 a V_0}{P_0}$ 、 $f = \rho_0 V_0^2/P_0$ 、 $\mu = g g V_0^2 \rho_0 L / C^2 D P_0$ 、 $m = V_0/a$ 、但し $P_0 = P(0, 0)$ 、 T は弁の開閉周期、 $\psi(t)$ は弁の開閉の度合を表わす関数で、 $\psi(t) = \psi(0) + \psi(t)$ である。

$$\frac{\rho}{\rho} \frac{\partial u}{\partial z} + f \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial h}{\partial z} + \mu u = 0 \quad (7)$$

$$4\rho \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial h}{\partial z} + z m \frac{\partial h}{\partial \xi} = 0 \quad (8)$$

初期条件として $u(\xi, 0) = 0$ 、 $h(\xi, 0) = 0$ 、境界条件として、貯水池に於て $h(0, z) = 0$ 、弁に於て $V(L, t) = \psi(t) \sqrt{P(L, t)}$ を $|P(2, 0)| > |p(L, t)|$ 、 $|\psi(0)| > |\psi(t)|$ なる仮定のもとで線形化すると、 $u(1, z) = \varphi(z) + \frac{1}{2} h(1, z)$ が得られる。初期条件及境界条件を考慮に入れて式(7)、(8)にラプラス変換をほどこし、圧力の項について整理すると、

$$\bar{h}(\xi, s) = \frac{-\bar{\varphi}(s) \sinh b \xi}{\rho s + \mu b \cosh b + \frac{1}{2} \sinh b}$$

$$\text{但し } b = \sqrt{\frac{\rho s^2 + \mu s}{4\rho \theta^2}} \quad (9)$$

s が変換のパラメーター、 $-$ が変換されに像関数を示す。この逆変換は相当に厄介であるので粘性を無視すると、

$$\bar{h}(\xi, s) = \frac{-z\rho \bar{\varphi}(s)}{ch \frac{s}{z_0} + \rho \sinh \frac{s}{z_0}} \sinh \frac{s}{z_0} \xi \quad (10)$$

更に $\frac{\rho-1}{\rho+1}$ について展開すると、 $\bar{h}(\xi, s) = -\frac{z\rho}{\rho+1} \bar{\varphi}(s) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho-1}{\rho+1} \right)^n \left\{ e^{-\frac{s}{z_0}(2n+1-\xi)} - e^{-\frac{s}{z_0}(2n+1+\xi)} \right\}$ 逆変換をとると、

$$h(\xi, z) = -\frac{z\rho}{\rho+1} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho-1}{\rho+1} \right)^n \left[\varphi \left\{ z - \frac{1}{z_0}(2n+1-\xi) \right\} - \varphi \left\{ z - \frac{1}{z_0}(2n+1+\xi) \right\} \right] \quad (11)$$

但し、

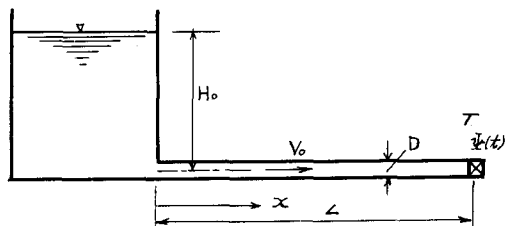
$$\begin{aligned} \varphi(z-\alpha) &= 0 & z < \alpha \\ &= \varphi(z-\alpha) & z > \alpha \end{aligned}$$

$\varphi(z)$ は任意関数で良く、Rich 理論の様な特殊の場合以外でも解明される。しかも ρ が比較的 1 に近い値である為式(11)の収束性は極めて良好である。

2 実験

管路は全長 97m 60cm、内径 10.5cm、壁厚 0.45cm。静水頭 H_0 は 16.7m であってその末端に図-2 に示す特殊弁を設置した。圧力は特殊弁の近く圧力計を設置して

図-1



ストレイン・メーター、及びオッシログラフによって記録した。特殊弁の特性は図-3に示す通り、即ち縦軸に静水頭下の流量（弁の開度を表わす）、横軸に弁の時間的回転角をとって示した。この弁の開度曲線①に対する理論式(11)を用いた

図-2 特殊弁

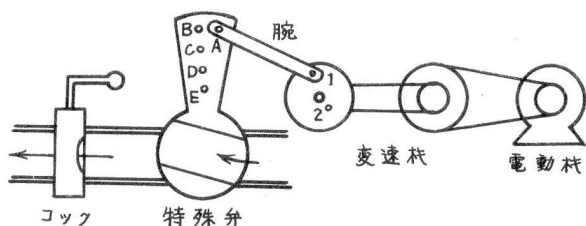
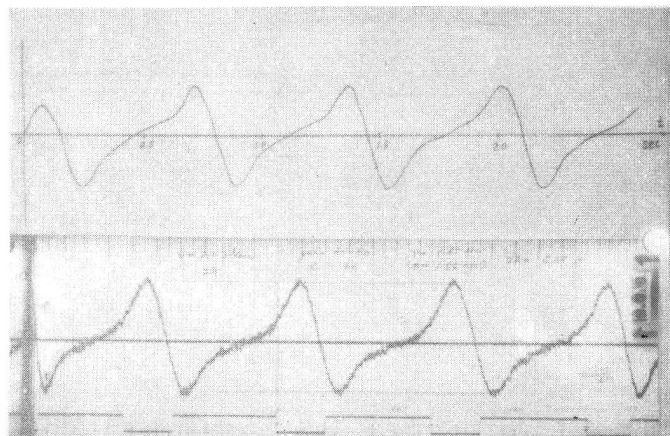


図-4 実測圧力波と理論解



上図が理論解、下図が実測圧力波

理論解と実測値を図-4に示した。更にこの圧力の振中と弁の開度数との関係を図-5に示した。

3. 結論 弁の周期的開閉にともなう生ずる水撃圧は一種の振動現象であって、この振動の安定、不安定については既に George R. Rich によって弁の開閉が *Bainz* で与えられる場合について説明されているが、弁の開度関数 $\varphi(z)$ が任意関数である場合、又振動初期の状態及びその波形などについては今日まで解明されていない。然るに式(11)はこれを説明し得る上に、更に粘性を無視してもなおこの種の振動は安定であることを説明出来る。更に実験値と比較してその確証をした。しかし弁の開度度が大きく、生ずる水撃圧が静水頭に比して大きい場合及び弁の質量や弾性的、電気的支持条件を考えた場合については今後の研究が待たれる。なお本研究は昭和33年度文部省科学試験研究費による研究の一部であることを付記して謝意を表します。

図-3 GATE RATIO

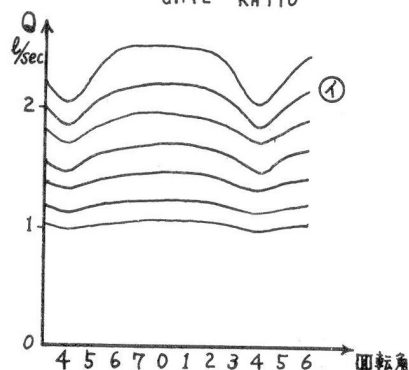
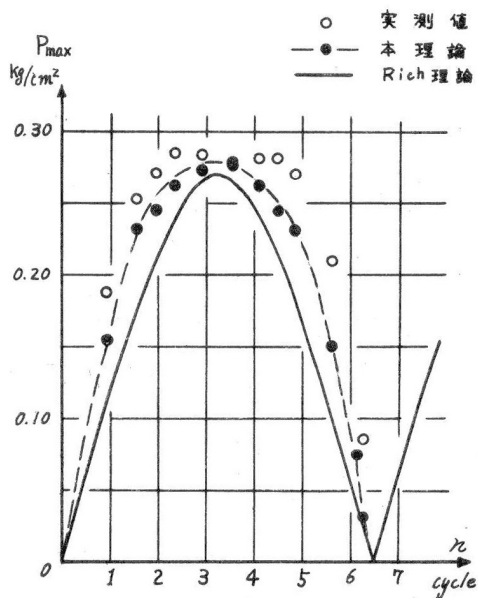


図-5 $P(L, \infty)_{\max} - n$ 図



① 波速 $a = 1265 \text{ m/sec}$
流量 $Q_0 = 2.03 \text{ l/sec}$