III－4　円柱周囲の洗掘に関する一考察

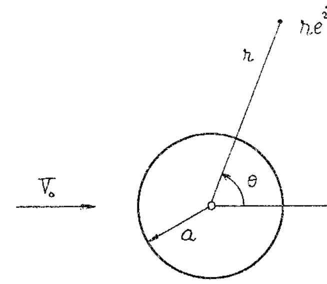
神戸大学工学部　正員　杉本修一

橋脚周囲の洗掘を考える場合，その考え方には種々あるであろうが，いま，橋脚前頭部における著しい洗掘現象を対象として考うれば，橋脚前頭部においては理論上流速は零であるのにもかかわらず洗掘が著しいことを考へ，噴流による洗掘および河床の砂と水との摩擦力による洗掘については考えないことにする。つぎに副流による洗掘については，副流という現象が圧力勾配に基因することを考え，これを圧力勾配による洗掘に含めてしまえば，橋脚前頭部の洗掘については，圧力勾配による洗掘について考慮すればよいと思はれる。そこで，以下において圧力勾配による洗掘について考えてみる。こゝに圧力勾配とは河床の砂に作用する静水圧の勾配という意味である。

いま，問題を簡単にするため，最も理論的に解析しやすい円柱周囲の圧力勾配について考えてみる。

流れを2次元ポテンシャルと考うれば，流れの中に置かれた円の周りの流れに対する複素ポテンシャル関数 W は，流速を V_0，円の半径を a，円の中心が座標原点にあるとして $z = re^{i\theta}$，$i=\sqrt{-1}$，とすればよく知られているように

$$W = V_0\left(z + \frac{a^2}{z}\right)$$



でよえられる。任意の点における速度は

$$\frac{dW}{dz} = u - iv = V_0\left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right)$$
$$= V_0\left\{\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\cos 2\theta\right) + i\,\frac{a^2}{r^2}\sin 2\theta\right\}$$

合成速度 w は

$$w = V_0\left\{\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - 2\frac{a^2}{r^2}\cos 2\theta\right\}^{1/2}$$

円柱の円周上における速度 $w_{r=a}$ は

$$w_{r=a} = V_0\sqrt{2(1-\cos 2\theta)}$$

でよえられる。

流体が完全流体であるとすれば，無限遠における水深を H，流速を V_0，任意の点における水深を h とすれば Bernoulli の定理より

$$H + \frac{V_0^2}{2g} = h + \frac{w^2}{2g} = \mathrm{const.}$$

$$\frac{h}{H} = 1 + \frac{V_0^2}{2gH}\left(1 - \frac{w^2}{V_0^2}\right) = 1 + \frac{V_0^2}{2gH}\,\frac{a^2}{r^2}\,(2\cos 2\theta - 1)$$

この式より半径方向の圧力勾配 $\partial(h/H)/\partial r$ を求むれば

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{h}{H}\right) = \frac{V_0^2}{2gHa}\left(-2\frac{a^3}{r^3}\right)(2\cos 2\theta - 1)$$

円壔の円周上における円周方向の圧力勾配　$\partial(h/H)/a\,\partial\theta$　は

$$\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{h}{H}\right)_{r=a} = \frac{V_0^2}{2gHa}(-4\sin 2\theta)$$

で与えられる。

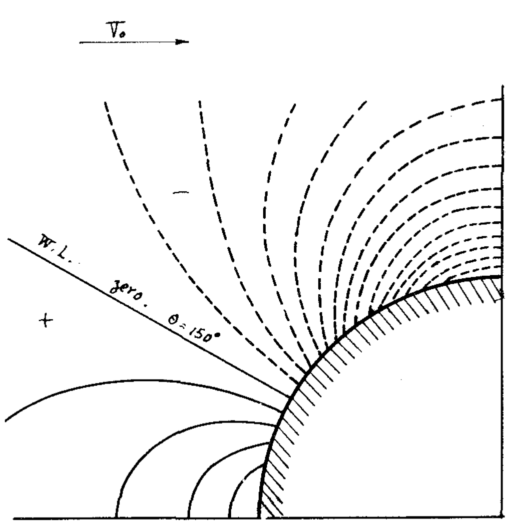
水平面よりの水位の上昇あるいは下降を1/4円の範囲について図示すれば図－1如くであって，前頭部（および後端部）において最も水位は高まり，$\theta=150°$（および30°）において水位は水平面と等しくなり，それより降下して$\theta=90°$の点において最も下る。

つぎに，円壔の円周上における，水位上昇高，半径方向の圧力勾配，および円周方向の圧力勾配をそれぞれ無次元量で表示すれば図－2の如くである。水位上昇高については前に述べたので省略し，半径方向の圧力勾配についてみれば前頭部において最も大きくそれより減小して$\theta=150°$の点において零となりそれより減小して$\theta=90°$の点において負の最大値となる。こゝに圧力勾配の符号は半径方向に減小する方を正とし，増大する方を負とする。つぎに円周方向の圧力勾配についてみれば　$\theta=180°$，90°（および0°）において零となり，$\theta=135°$（および45°）において最大値となる。

以上の計算結果より，前頭部において著しく洗掘されるという現象が理論的に理解されると思う。

また円壔についての実験によれば，流水の剥離現象は前頭部より80°附近にて現はれるようであるので，実際の円壔については前頭部より80°位までを考うればよいことになる。

図－1



図－2