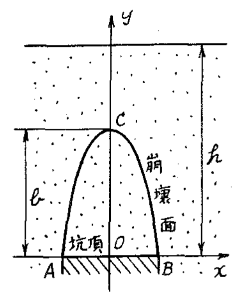
Ⅱ—53　砂層中に掘った導坑の坑頂圧に関する理論的研究

大阪大学工学部　正員　伊藤冨雄



1　初応力．図のごとく坑頂をABとし，その中心Oを原点として水平と鉛直にx，y軸をとる．そうすれば坑頂が全然沈下しないときの砂層中の初応力は，x方向の変位は0であるから，次の式で与えられることとなる．

$$\sigma_{x1}=-k\gamma(h-y),\quad \sigma_{y1}=-\gamma(h-y),\quad \tau_1=0 \qquad (1)$$

ここに　γ＝砂の単位重量，h＝砂層の高さ，k＝静土圧係数

2．修正応力．坑頂が沈下すれば，上記の初応力は著しく変化するので，x及びyに関する4次以下の多項式を応力関数として採用し，それから得られる修正応力をそれぞれ式(1)に加えることにする．そうすれば坑頂が沈下したときの砂層中の応力は，次式で表わされる．

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x&=C+Fx+Gy+Jx^2+Kxy-(H+2J)y^2-k\gamma(h-y)\\ \sigma_y&=A+Dx+Ey+Hx^2+Ixy+Jy^2-\gamma(h-y)\\ \tau&=-B-Ex-Fy-Ix^2/2-2Jxy-Ky^2/2\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

ここに　A，B，・・・，J，K＝境界条件により決定される常数

3．境界条件と未知常数の決定．坑頂が沈下すると，その上方には崩壊面が形成されるが，ここでは坑頂と崩壊面とで囲まれた砂層の応力分布が，式(2)によって与えられると考え，その式に含まれる未知常数を境界条件により決定することにしよう．

まず鉛直軸は対称軸であるから，その上　$x=0$　では　$\tau=0$　となり，またy軸に関してσ_xとσ_yは対称，τは逆対称である．従ってこれらの条件から

$$B=F=K=D=I=0 \qquad (3)$$

次に著者の実験によれば，崩壊面の頂点Cの附近にある砂粒は，坑頂の沈下とともに自然落下するごとくばらばら落ちて行くことが認められた．すなわちいわゆるアーチ作用をなすアーチは崩壊面の外方にあるわけで，崩壊面の高さをbとすれば，その頂点（$x=0$，$y=b$）では　$\sigma_x=\sigma_y=\tau=0$　になると考えられる．この條件を用いると，さらに2つの未知常数が決定される．従ってこの関係及び式(3)を式(2)に代入すれば，求める応力は

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x&=(G+k\gamma)(y-b)+Jx^2+(H+2J)(b^2-y^2)\\ \sigma_y&=(E+\gamma)(y-b)+Hx^2+J(y^2-b^2),\qquad \tau=-Ex-2Jxy\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

まだ未知常数が4個残っているが，それらは次節で決定する．

4．崩壊條件．著者の実験によれば，崩壊面は長円形をなし，かつその面上において切線方向に滑りの起こることが明かとなった．従って崩壊面上の1点における法線方向と切線方向の垂直応力をそれぞれσ_α，σ_β，それらに従属するセン断応力を$\tau_{\alpha\beta}$とすれば，これらの応力は次の條件式を満足せねばならない．ただしφは砂の内部摩擦角である．

$$\tau_{\alpha\beta}=-\frac{1}{2}(\sigma_\alpha+\sigma_\beta)\sin\varphi\cos\varphi,\qquad \tau_{\alpha\beta}=-\sigma_\alpha\tan\varphi \qquad (5)$$

これらの式は，応力σ_α，σ_β，$\tau_{\alpha\beta}$がモールの応力円に原点から引いた切線の切点に対応すると考えて，導いたものである．

次に式(5)に含まれる3応力を直角軸x，yに関するσ_x，σ_y，τに変換し，式(4)を代入すれば，次式が得られる．ただしaは坑頂の幅の1/2を表わす．

$$\left.\begin{aligned}&[\{E-G+\gamma(1-k)\}(y-b)+(H-J)x^2+(H+3J)(y^2-b^2)]\\&\quad\times a^2b^2xy-(Ex+2Jxy)(b^4x^2-a^4y^2)+[\{E+G+\gamma(1+k)\}\cdot\\&\quad\times(y-b)+(H+J)(x^2-y^2-b^2)]\times\tfrac{1}{2}(a^4y^2+b^4x^2)\sin\varphi\cos\varphi=0\\&[\{E-G+\gamma(1-k)\}(y-b)+(H-J)x^2+(H+3J)(y^2-b^2)]\\&\quad+Jx^2+(H+2J)(b^2-y^2)\}b^4x^2\tan\varphi+\{(E+\gamma)(y-b)+Hx^2\\&\quad+J(y^2-b^2)\}a^4y^2\tan\varphi-2(Ex+2Jxy)a^2b^2xy\tan\varphi=0\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

これが崩壊の條件式であって，坑頂の端Bにおいては，当然これが満足されねばならない．従って $x=a$，$y=0$ を上式に代入すれば，

$$\left.\begin{aligned}&[(H+J)(a^2+b^2)-b\{E+G+\gamma(1+k)\}]\sin\varphi\cos\varphi-2Ea=0\\&[(H+2J)b^2+Ja^2-b(G+k\gamma)]\tan\varphi-Ea=0\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

これらの式は4個の未定常数E，G，H，Jを決定するための2つの條件式であるが，式(6)が崩壊面上の他の点（$x=x_1$，$y=y_1=(b/a)\sqrt{a^2-x_1^2}$）においても成立するとおけば，さらに2個の條件式が得られるわけである．

<u>5．坑頂圧の計算式．</u>上のようにして式(2)に含まれる各常数が決定されれば，坑頂の上面における圧力分布と坑頂の奥行単位長当りの圧力pが，それぞれ次の2式から計算されることになる．

$$\sigma_{y=0}=Hx^2-b(E+\gamma)-Jb^2\qquad(8)$$

$$p=2\{Ha^3/3-ab(E+\gamma+bJ)\}\qquad(9)$$

<u>6．実験結果との比較．</u>$a=5.00\,cm$，$\gamma=1.38\,g/cm^3$，$\varphi=34°18'$，$k=0.400$，$b=12.0\,cm$とおき，かつ式(6)が（$x=3.00\,cm$，$y=9.60\,cm$）の点でも成立するとして数値計算を行えば，式(9)に示す坑頂圧は $p=-88.5\,g/cm$ となる．一方小野・眞井両氏の測定結果* によると，実験に関する諸量が上記の値とほとんど同一の場合に，坑頂圧が$79.5\,g/cm$以上になっている．従って上の計算結果は実験値とかなりよく合うものと考えられる．

<u>7．結　語．</u>坑頂が地圧を受けて沈下するときには，その坑頂圧の最小限界値は，砂層の高さには無関係であって，このことは実験的にも確かめられている．ところが上記の計算式では，式(2)に含まれるhが式(4)以降では消去されており，結局砂層の高さが変っても坑頂圧は変化しない．従ってこの点からいっても，以上の計算は実験とよく合うということができる．しかし崩壊面の高さbの値をあらかじめ知る必要があるのは，この計算法の欠点である．けれども著者の実験によると，その高さbは坑頂の幅の約1.3倍であるから，この関係を用いれば大過はないと思われる．

---

* 小野諒兄・眞井耕象：乾燥砂層における垂直土圧，土木学会誌24巻5号．