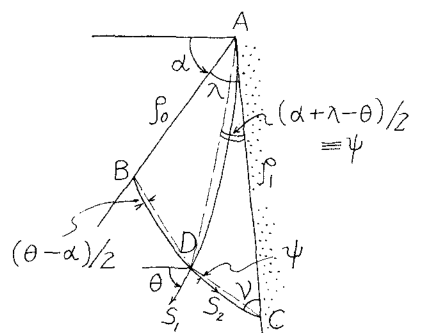
II—47　Kötterの方程式の応用（特に土圧論えの適用）

中央大学工学部　正員　山口　柏樹

土圧や支持力問題に現われる過渡領域の理論的取扱いについては多くの研究（Boussinesq, Reissner, Kármán, 安藏, Hansen など）が見られるが辷り線の組み立てによる解析については摩擦のない完全塑性体の平面歪問題に例を見るのみである。前に筆者が論じた拡張せるKötterの式および辷り線の幾何学的性質を用いて過渡領域の土圧はより一般的に議論し得ると思う。この際壁の粗度角δが摩擦角ϕに等しいときはS_2辷り線の包絡線が壁面と一致する（主働の場合）。



この場合に対して左図を考える。図でACは壁面，土はその左側に拡がりBACが過渡域となる。（粘着力があり—$c\neq 0$—地表面が傾斜せる時は一般にABは曲線となる）。S_1辷り線は壁とA点で切し，限界線上の一点Bより出るS_2辷り線をBDCとするとAD, BD, DCは円弧と考えて実用上十分である。

ABD部分につき幾何学的考察を行えば

$$\overline{AD}=\rho_0\cos\left(\phi-\frac{\theta-\alpha}{2}\right)\Big/\cos\left(\phi+\frac{\lambda}{2}\right),\quad \overline{BD}=\rho_0\sin\left(\frac{\theta+\lambda-\alpha}{2}\right)\Big/\cos\left(\phi+\frac{\lambda}{2}\right)\qquad(1)$$

上式右辺のθは$\widehat{AB}$, $\widehat{AD}$, $\widehat{BD}$の三ケの辷り線につきKötterの式を用いれば決るが，このときAは特異点であるので$\widehat{AB}$方向の応力$p_A(B)$と，$\widehat{AD}$方向の応力$p_A(D)$は一般に異り

$$\tau_A(D)=(1-\lambda\mu)(1+\lambda\mu)^{-1}\tau_A(B)\qquad(\tau=c+p\sin\phi,\quad \mu=\tan\phi)\qquad(2)$$

が成立つ。よって差分化せるKötter式は

$$\left.\begin{array}{lll} \text{i)} & \tau_D-\tau_A(D)-\mu(\tau_D+\tau_A(D))(\theta-\alpha-\lambda) & =\gamma\sin\phi\sin\left(\frac{\theta+\alpha+\lambda}{2}-\phi\right)\cdot\overline{AD} \\ \text{ii)} & \tau_D-\tau_B+\mu(\tau_D+\tau_B)(\theta-\alpha) & =\gamma\sin\phi\cos\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right)\cdot\overline{BD} \\ \text{iii)} & \tau_B-\tau_A(B) & =\gamma\sin\phi\,\rho_0\sin(\alpha-\phi) \end{array}\right\}\qquad(3)$$

となるから(1),(2),(3)よりτ_D, $\tau_A(D)$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$を消去し

$$\frac{1-\mu(\theta-\alpha-\lambda)}{1+\mu(\theta-\alpha)}=\frac{(1-\mu\lambda)\{1+\mu(\theta-\alpha-\lambda)\}\tau_A(B)\cos\left(\phi+\frac{\lambda}{2}\right)+\gamma\sin\phi\cdot\rho_0(1+\mu\lambda)\sin\left(\frac{\theta+\alpha+\lambda}{2}-\phi\right)\cos\left(\phi-\frac{\theta-\alpha}{2}\right)}{(1+\mu\lambda)\{1-\mu(\theta-\alpha)\}\{\tau_A(B)+\gamma\rho_0\sin\phi\sin(\alpha-\phi)\}\cos\left(\phi+\frac{\lambda}{2}\right)+\gamma\sin\phi\cdot\rho_0\sin\left(\frac{\theta+\lambda-\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right)}\qquad(4)$$

$\tau_A(B)$が与えられるとき(4)から試算によりθが求められ(1)より$\overline{AD}$, $\overline{BD}$が知れる。

ADC部分では$\delta=\phi$なら$\nu=\pi/2-\phi$であるので

$$\overline{CD}=\overline{AD}\sin\left(\frac{\alpha+\lambda-\theta}{2}\right)\Big/\cos\left(\frac{\alpha+\lambda-\theta}{2}+\phi\right),\quad \overline{AC}=\rho_1=\overline{AD}\cos\phi\Big/\cos\left(\frac{\alpha+\lambda-\theta}{2}+\phi\right)\qquad(5)$$

から$\overline{CD}$, ρ_1も知れ，過渡域内の辷り線場が確定する。

壁面での応力はBD, DC面で再びKötter式

$$\left.\begin{aligned} &\tau_D-\tau_B+\mu(\tau_D+\tau_B)(\theta-\theta_B)=\gamma\sin\phi\,\overline{BD}\cos\left(\frac{\theta+\theta_B}{2}\right) \\ &\tau_C-\tau_D+\mu(\tau_C+\tau_D)(\theta_C-\theta)=\gamma\sin\phi\,\overline{DC}\cos\left(\frac{\theta_C+\theta}{2}\right)\quad(\theta_C=\alpha+\lambda)\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

を連用すればよい。

上載荷重がなくCも0であれば $\tau_A(B)=0$ だから(4)は

$$\frac{1-\mu(\theta-\alpha-\lambda)}{1+\mu(\theta-\alpha)}=\frac{\sin\left(\frac{\theta+\alpha+\lambda}{2}-\phi\right)\cos\left(\phi-\frac{\theta-\alpha}{2}\right)}{\cos\left(\phi+\frac{\lambda}{2}\right)\sin(\alpha-\phi)\left\{1-\mu(\theta-\alpha)\right\}+\cos\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta+\lambda-\alpha}{2}\right)}\tag{4'}$$

直立壁の場合(4')について数値計算を行った結果を下表に示す。こゝに σ_w は壁の垂直土圧で $\sigma_w=p_c\sin\nu=p_c\cos\phi$。

各種公式による土圧係数の比較表

	$\phi=20°$	$\phi=30°$	$\phi=40°$	備考
θ	56° 40′	61° 20′	65° 44′	
$\overline{AD}/\rho_0$	1.1957	1.2330	1.2644	
$\overline{BD}/\rho_0$	0.4275	0.3819	0.3648	
$\overline{DC}/\rho_0$	0.3981	0.4268	0.4344	
ρ_1/ρ_0	1.4007	1.4930	1.5787	
$\sigma_w/\gamma\rho_1$	0.4039	0.2667	0.1803	本法
	0.4012	0.2573	0.1610	Coulomb 公式
	0.3946	0.2500	0.1547	Log Spiral 公式
		0.2725		安藏公式