

II-46 セン断によって体積が変化する土の力学理論

東大生研 会員 星 埜 和

著者がさきに発表した土の力学理論⁽¹⁾ は土が微小な応力変化に対して弾性論的に挙動するとの前提に立ち、セン断によって体積の変化を生じないものとして組み立てられ、

しかるに、一般に土のような粒状体の集合からなる材料においては、セン断によって体積変化を生ずることがあり、とくに砂のような粗粒材料においては、体積のいちじるしい膨脹を生ずるものがあることは、前から知られており、グレイランシー (Dilatancy) と呼ばれている。著者は研究室で行った三軸試験の結果を検討して、砂の場合にこの種の体積膨脹が認められるばかりでなく、粘土質の土では反対に体積の収縮と起すものが多く、量に多少の差はあっても、ほとんどの土でこのような現象が認められることも明かにした。

このことは、たとえ応力変化が乏しめ、微小な範囲にとどまっても、土はもはや弾性論的な性質とは異なる挙動を示すことになり、したがって空隙圧の発生や土圧の量および分布などに対しても、無視できない影響を与えることが予想される。

著者はこの実を注目して、さきに発表した土の力学理論に、このセン断による体積変化の影響を入れて改良を加え、三軸試験結果と比較して、その正しさを確かめようとした。

1. 三軸試験で確かめられセン断による体積変化の事実

繰返載荷条件の下で開放式三軸試験を行い、液圧過程と軸圧過程における平均圧応力 $\bar{\sigma}_m$ と体積変化 π との関係および平均セン断力 $\bar{\tau}_m$ とねじり変形 m との関係を求めると、一般に図. 1 のようになる。

この図において、液圧過程 AB については、理論を改める必要はない。軸圧過程 BC において、体積変化の経過をみると、弾性理論から出発した従来の理論では、BC のように、B 点で液圧過程の曲線 AB に接して始まる。しかるに実際は BC₁ または BC₂ のように、AB 曲線とある角度をなすものが多く、土によってはその開きが乏しめ、顕著である。これは土がセン断によって体積変化を生ずることを示すものにほかならない。

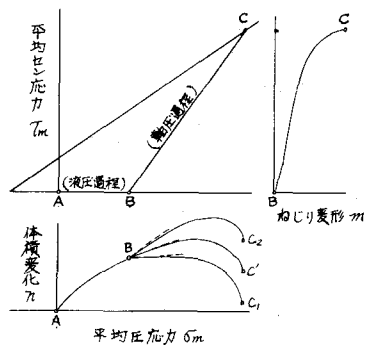


図-1 セン断によって生ずる体積変化の説明

2. 新しい理論の仮定と基本公式の誘導

従来の理論を改良するにあたり、実験結果を十分検討して、次のような仮定を置いた。

α) セン断による体積変化の量はねじり変形量に比例するものとして、その比例係数を K とおく。すなわち

$$\text{体積変化: } \frac{d\pi}{1-\pi} = \frac{d\bar{\sigma}_m}{V} + K \frac{dm}{1-m} = \frac{d\bar{\sigma}_m}{V} + K \frac{d\bar{\tau}_m}{U} \quad (1)$$

$$\text{ねじり変形: } \frac{dm}{1-m} = \frac{d\bar{\tau}_m}{U}$$

ここに V, U はいずれも土の変形係数である。

したがってエネルギーの変化量は

$$dA = \sigma_m \frac{d\epsilon_m}{1-\mu} + \tau_m \frac{d\tau_m}{1-\mu} = \frac{\sigma_m}{V} d\sigma_m + \frac{\tau_m + K\sigma_m}{U} d\tau_m$$

となり、かつ

$$dA = \frac{\partial A}{\partial \sigma_m} d\sigma_m + \frac{\partial A}{\partial \tau_m} d\tau_m$$

であるから、両式右辺の係数をくらべて、次のような関係式をうる。

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{\sigma_m} \frac{\partial A}{\partial \sigma_m}, \quad \frac{1}{U} = \frac{1}{\tau_m + K\sigma_m} \frac{\partial A}{\partial \tau_m} \quad (2)$$

b) 初期条件 $\sigma_m = \sigma_0$, $\tau_m = 0$ において、従来のとおり

$$V = V_0, \quad U = U_0 \quad (3)$$

c) 破壊条件として 従来のとおり

$$\tau_m = \lambda V \sigma_m \quad (4)$$

以上の仮定が満足されるようなエネルギー表示の形を求め、次式とえら。

$$A = \left[\frac{\sigma_0}{V_0} + \frac{\sigma_0}{U_0} \{ (\lambda V + K)^2 - K^2 \} \right] \sigma_m - \frac{\sigma_0}{U_0} \sqrt{(\lambda V + K)^2 - K^2} \sqrt{(\lambda V + K)^2 \sigma_m^2 - (\tau_m + K\sigma_m)^2} \quad (5)$$

この式において $K = 0$ ならば 従来の公式と一致する。

式(5)の A を σ_m と τ_m でそれぞれ偏微分して (2) 式を用いると、次の2式をうる。

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{\sigma_m} \left\{ \frac{\sigma_0}{V_0} + \frac{\sigma_0}{U_0} \{ (\lambda V + K)^2 - K^2 \} - \frac{\sigma_0}{U_0} \sqrt{(\lambda V + K)^2 - K^2} \frac{(\lambda V + K)^2 \sigma_m - K(\tau_m + K\sigma_m)}{\sqrt{(\lambda V + K)^2 \sigma_m^2 - (\tau_m + K\sigma_m)^2}} \right\}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{\sigma_0}{U_0} \frac{\sqrt{(\lambda V + K)^2 - K^2}}{\sqrt{(\lambda V + K)^2 \sigma_m^2 - (\tau_m + K\sigma_m)^2}}$$

これらを用いると 与えられに应力条件なりと変形条件の下で理論計算がてえる。

3 理論と実験の比較

繰返し荷重条件の下で開放式三軸実験を行えば 液圧過程において $\sigma_m = \sigma_0 + \sigma$, $\tau_m = 0$. 軸圧過程において $\sigma_m = \sigma_0 + \sigma_2 + \frac{1}{3}\sigma_r$, $\tau_m = \frac{\sqrt{3}}{3}\sigma_r$ (ここには σ_0 は土の内部应力, σ は液圧, σ_r は一定液圧, σ_r は軸圧应力) として実験的に λ , V , K , σ_0 , V_0 , U_0 (ただし $V^2 = U_0/V_0$) などの定数を決定して、理論曲線とよめることができる。図-2 は、このようにして求めた理論曲線と実験値をくらべて1例である。破壊の近く近傍と除けば両者はほぼ完全に一致している。なお自然状態の土では破壊までの近くで理論曲線からはずれて大きな体積収縮を示すものがある。関東赤土はそのいちじるしい例であるが これは土の内部構造がと断によって破壊されるためと推定される。

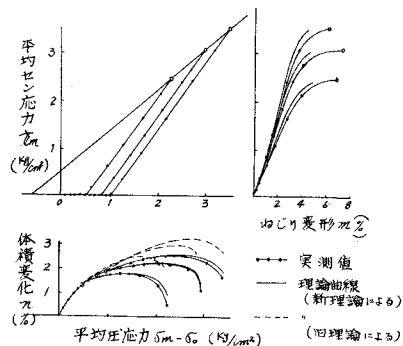


図-2 三軸試験における理論曲線と実測値の比較
砂利質土: $\gamma_0 = 1.762$, $W = 15.50$, $\gamma_s = 2.65$
 $N_0 = 0.062$, $\sigma_0 = 0.695 \text{ kg/cm}^2$
 $\lambda = 0.647$, $V = 0.847$, $K = -0.290$
 $\sigma_0/V_0 = 2.038 \times 10^{-2}$

参考文献

- (1) 屋塾 和 土の力学における塑性の基本理論と三軸試験への適用, 土木学会論文集
第21号, 1954